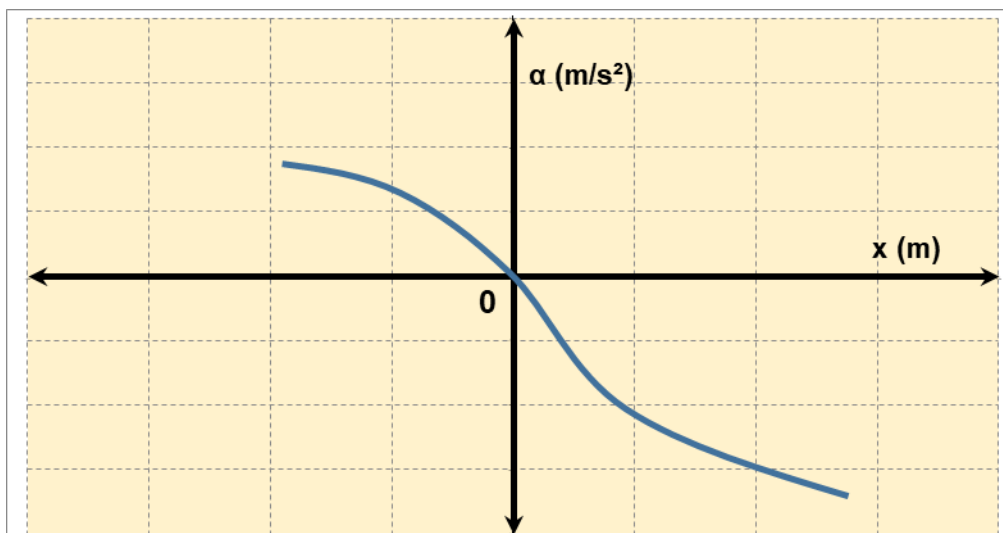


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΛΥΣΕΙΣ

1. (α) Η πιο κάτω γραφική παράσταση δείχνει την επιτάχυνση ενός σώματος, που εκτελεί οριζόντια παλινδρομική κίνηση, σαν συνάρτηση της μετατόπισής του από τη θέση ισορροπίας $x = 0$.



Να γράψετε δύο λόγους για τους οποίους η κίνηση του σώματος δεν μπορεί να είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 2)

Ενδεικτικές απαντήσεις ([1 μον.] για κάθε απάντηση:

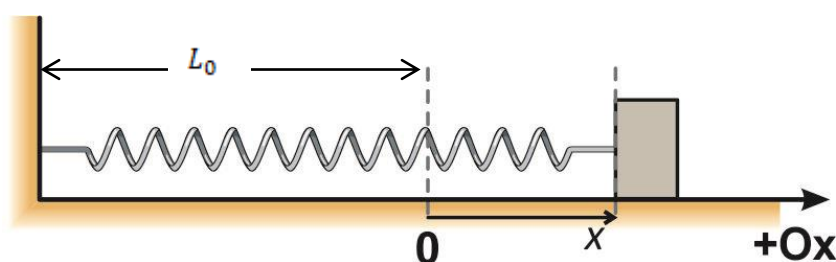
Η επιτάχυνση δεν είναι ανάλογη της μετατόπισης ή το γράφημα είναι κυρτό.

Οι ακραίες μετατοπίσεις έχουν διαφορετικό μέτρο. ή

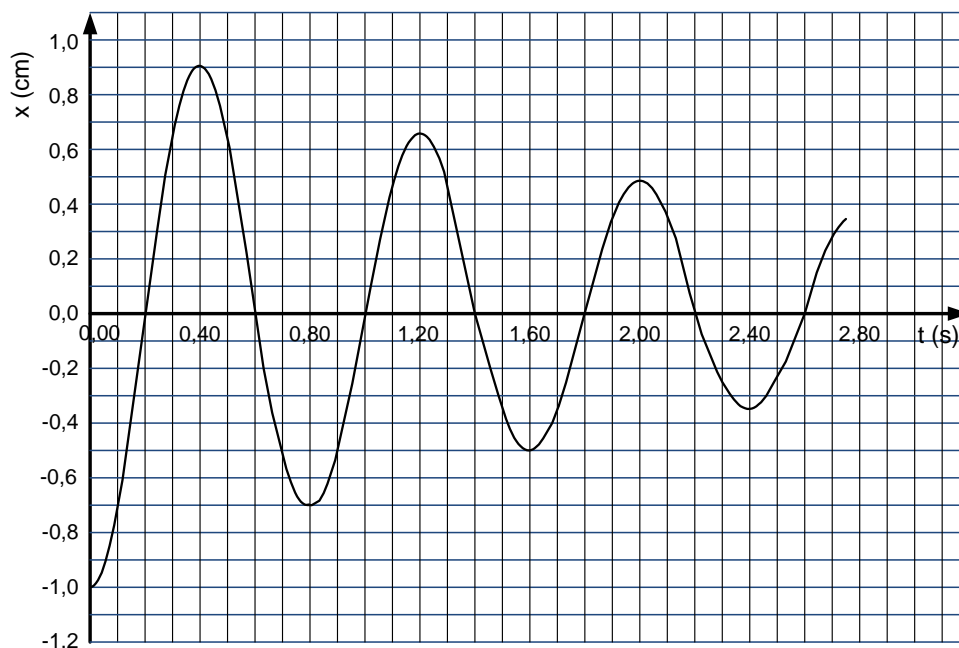
Οι ακραίες επιταχύνσεις έχουν διαφορετικό μέτρο.

2 μον.

- (β) Σώμα που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο αμελητέας μάζας και φυσικού μήκους L_0 , εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε τραχιά οριζόντια επιφάνεια.



Η θέση x του σώματος, σε σχέση με τον χρόνο t φαίνεται στην πιο κάτω γραφική παράσταση.



Αν το σώμα έχει μάζα **120 g**, να υπολογίσετε την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος–ελατηρίου κατά τη διάρκεια των δύο πρώτων πλήρων ταλαντώσεών του.

(Μονάδες 3)

<p>Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι</p> $T = 0,80\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 7,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 7,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [1 \text{ μον.}]$ $\Delta E_{\text{MHX}} = \frac{1}{2} m \omega^2 (x_0'^2 - x_0^2) \quad [1 \text{ μον.}]$ $\Delta E_{\text{MHX}} = \frac{1}{2} (120 \times 10^{-3} \text{kg}) \times \left(7,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 \times \left\{ (0,50 \times 10^{-2} \text{m})^2 - (1,0 \times 10^{-2} \text{m})^2 \right\}$ $= -2,8 \times 10^{-4} \text{J}$ <p>[1 μον.]</p>	<p>3 μον.</p>
--	----------------------

2. (α) Να γράψετε δύο χαρακτηριστικά των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων.

(Μονάδες 2)

<p>Το σώμα ταλαντώνεται με τη συχνότητα f της εξωτερικής δύναμης, και όχι με την χαρακτηριστική του συχνότητα f_0. [1 μον.]</p>	<p>2 μον.</p>
---	----------------------

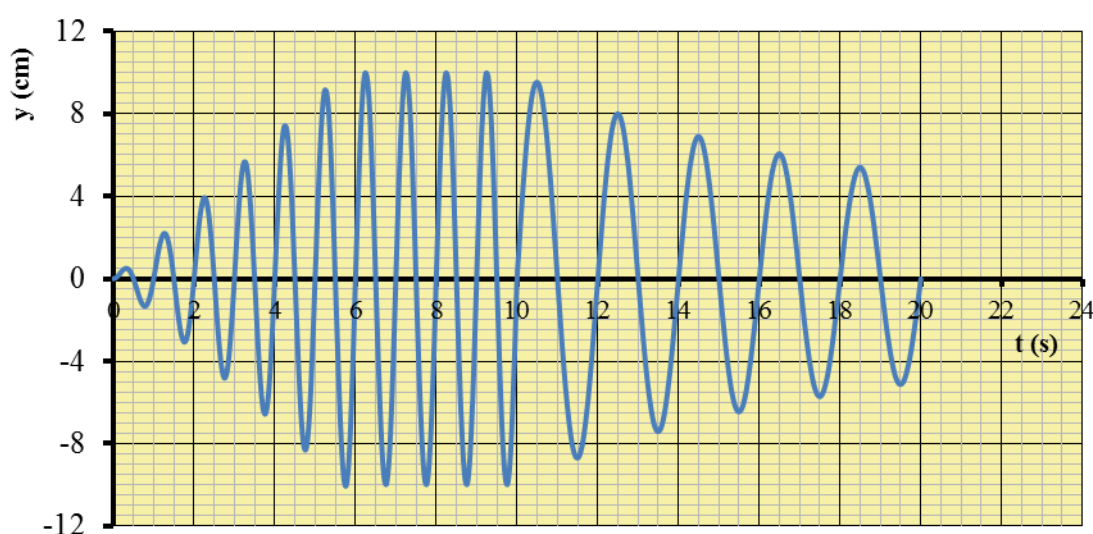
Το πλάτος της ταλάντωσης μεγαλώνει καθώς η συχνότητα f της εξωτερικής δύναμης πλησιάζει τη χαρακτηριστική συχνότητα f_0 του ΑΑΤ. [1 μον.]

ή

Υπάρχει ενεργειακή αλληλεπίδραση με τον διεγέρτη.

(β) Στο πιο κάτω διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση θέσης – χρόνου ενός σώματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ο διεγέρτης αρχίζει να λειτουργεί τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με σταθερή συχνότητα και αποσυνδέεται τη χρονική στιγμή

$$t_1 = 10 \text{ s}$$



Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να υπολογίσετε:

i.

τη συχνότητα του διεγέρτη

(Μονάδα 1)

ii. την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

(Μονάδα 1)

$$T_{\text{διεγ}} = 1\text{s} \Rightarrow f_{\text{διεγ}} = 1\text{Hz} \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$T_0 = 2\text{s} \Rightarrow f_0 = 0,5\text{Hz} \quad [1 \text{ μον.}]$$

2 μον.

(γ) Να εξηγήσετε αν ο ταλαντωτής βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού κατά τη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

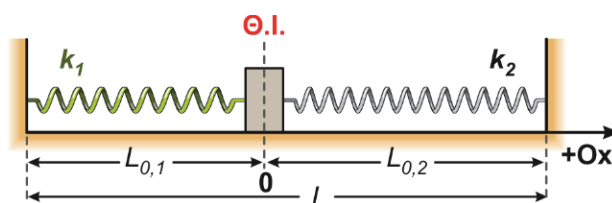
$f_{\text{διεγ}} \neq f_0$ άρα ο ταλαντωτής δεν βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού.

1 μον.

3. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ είναι τοποθετημένο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέεται με δύο αβαρή οριζόντια ελατήρια σταθερών $k_1 = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και $k_2 = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Περιγράφουμε τη θέση του σώματος με τον οριζόντιο άξονα Ox .

Η απόσταση L μεταξύ των κατακόρυφων τοίχων είναι ρυθμισμένη, ώστε και τα δύο ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος, όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0$:

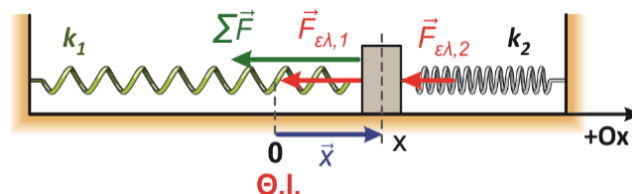
$$L = L_{0,1} + L_{0,2}.$$



Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και το αφήνουμε ελεύθερο.

(α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα σώματος–ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 3)



Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία τυχαία θέση $x > 0$, το μήκος του αριστερού ελατηρίου αυξάνεται κατά x , και το μήκος του δεξιού ελατηρίου ελαττώνεται κατά x . Τότε στο σώμα ασκούνται από τα δύο ελατήρια οι δυνάμεις $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,1}$ και $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,2}$ που φαίνονται στο πιο πάνω σχήμα. Οι δυνάμεις $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,1}$ και $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,2}$ έχουν μέτρα ανάλογα με το μέγεθος x , την ίδια κατεύθυνση (προς τη ΘΙ), και είναι αντίρροπες με τη μετατόπιση \vec{x} . Άρα: $F_{\varepsilon\lambda,1} = -k_1 x$ και $F_{\varepsilon\lambda,2} = -k_2 x$. [1 μον.]

Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα ισούται με:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\varepsilon\lambda,1} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda,2} + \vec{B} + \vec{N} = \vec{F}_{\varepsilon\lambda,1} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda,2} \Rightarrow \Sigma F = F_{\varepsilon\lambda,1} + F_{\varepsilon\lambda,2} = -(k_1 + k_2)x \quad [1 \text{ μον.}]$$

Επειδή η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη και αντίρροπη της μετατόπισης από τη ΘΙ, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ. $\Sigma F = -(k_1 + k_2)x = -Dx$

3 μον.

[1 μον.]

(β) Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\text{kg}}{400\text{N/m}}} = 0,1\pi\text{ s}$$

1 μον.

(γ) Το σώμα αφήνεται από την ηρεμία από τη θέση $x = +0,40\text{ m}$.

i. Να υπολογίσετε την ταχύτητά του, όταν διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση $x = -0,20\text{ m}$.

(Μονάδες 2)

$$v_{\text{αρχ}} = 0 \Rightarrow x = x_0 = 0,40\text{m} \text{ [1 μον.]}$$

$$v = -\omega\sqrt{x_0^2 - x^2} = -20\frac{\text{rad}}{\text{s}}\sqrt{(0,40\text{m})^2 - (-0,20\text{m})^2} = -6,9\frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ [1 μον.]}$$

(Η τελική απάντηση θεωρείται σωστή όταν δοθεί και το σωστό πρόσημο της ταχύτητας)

2 μον.

ii. Να σχεδιάσετε στο χιλιοστομετρικό χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεών σας, στο ίδιο γράφημα, τις γραφικές παραστάσεις κινητικής ενέργειας - θέσης και δυναμικής ενέργειας - θέσης για το σύστημα σώματος-ελατηρίων.

(Μονάδες 4)

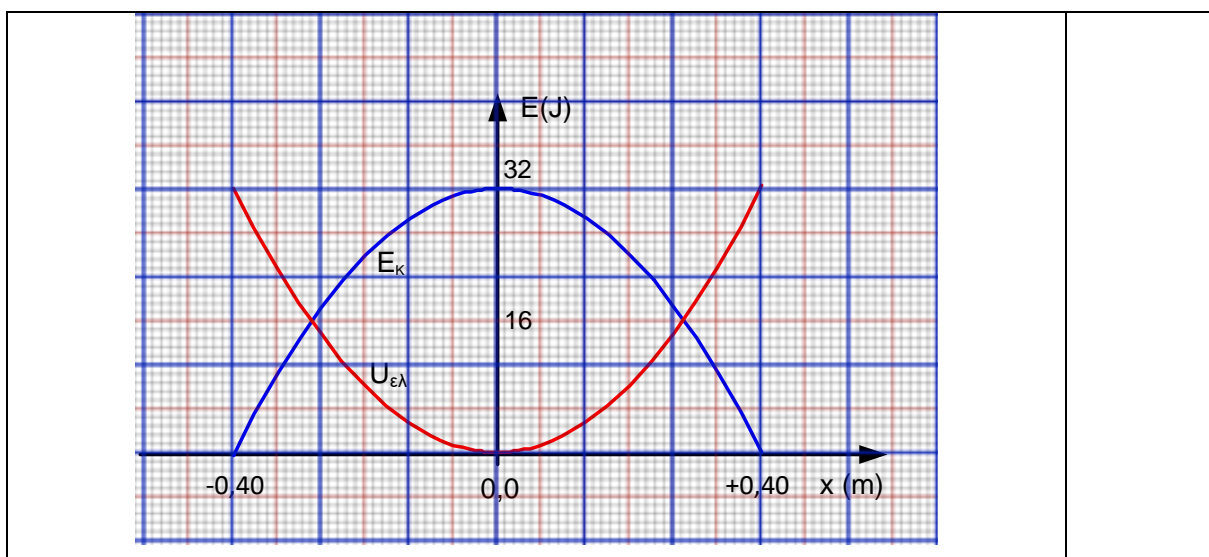
$$E_{\mu\eta\chi} = E_{\kappa\iota\nu_{\max}} = U_{\varepsilon\lambda_{\max}} = \frac{1}{2}Dx_0^2 = \frac{1}{2}(400\text{N/m})(0,40\text{m})^2 = 32\text{J} \text{ [1 μον.]}$$

Σωστή βαθμονόμηση αξόνων και σωστή τοποθέτηση φυσικών μεγεθών στους άξονες. [1 μον.]

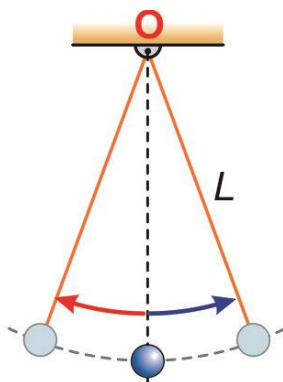
Σωστή χάραξη της γραφικής παράστασης της κινητικής ενέργειας - θέσης

[1 μον.] και δυναμικής ενέργειας - θέσης. [1 μον.]

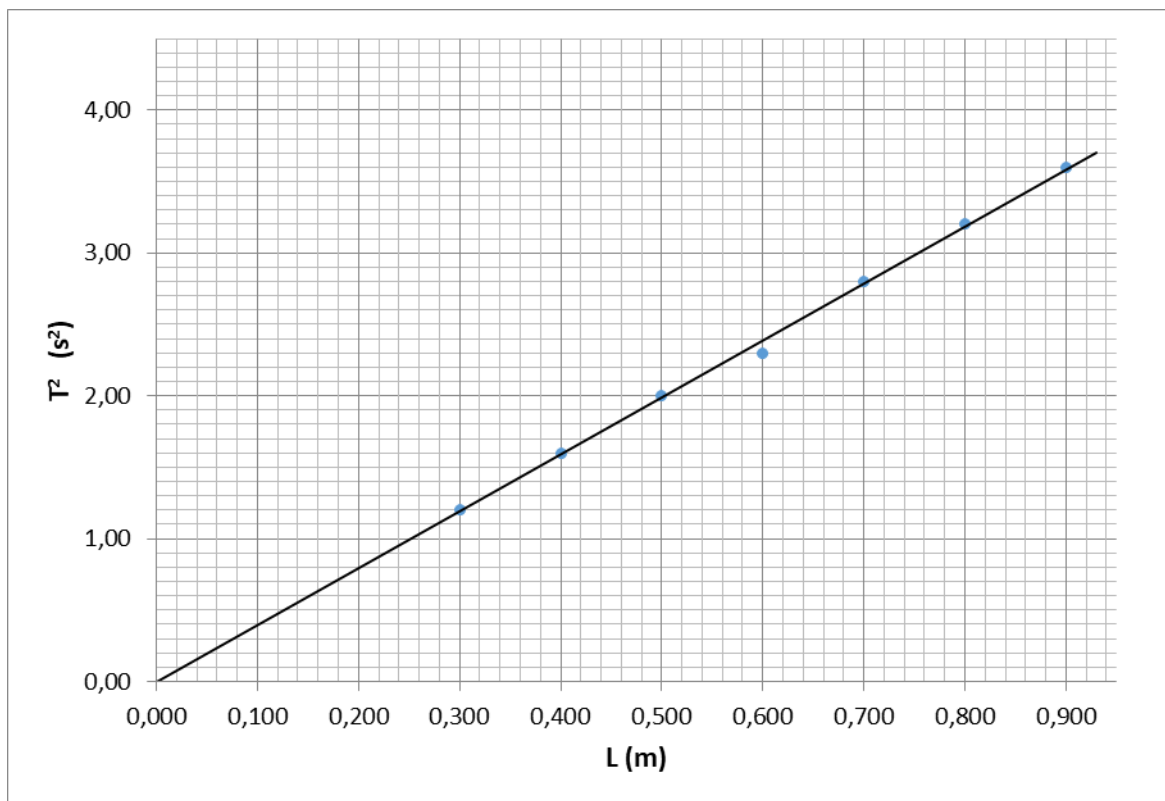
4 μον.



4. Οι μαθητές μιας τάξης μελέτησαν πειραματικά τις ταλαντώσεις ενός απλού εκκρεμούς. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η διάταξη που χρησιμοποίησαν.



Οι μαθητές μέτρησαν το μήκος L του εκκρεμούς και τη χρονική διάρκεια 20 πλήρων ταλαντώσεων. Επανέλαβαν τη διαδικασία για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στη συνέχεια χάραξαν τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος L του εκκρεμούς, $T^2 = f(L)$.



(α) Να δικαιολογήσετε τη μορφή της γραφικής παράστασης.

(Μονάδες 2)

Η περίοδος ταλάντωσης του απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση:

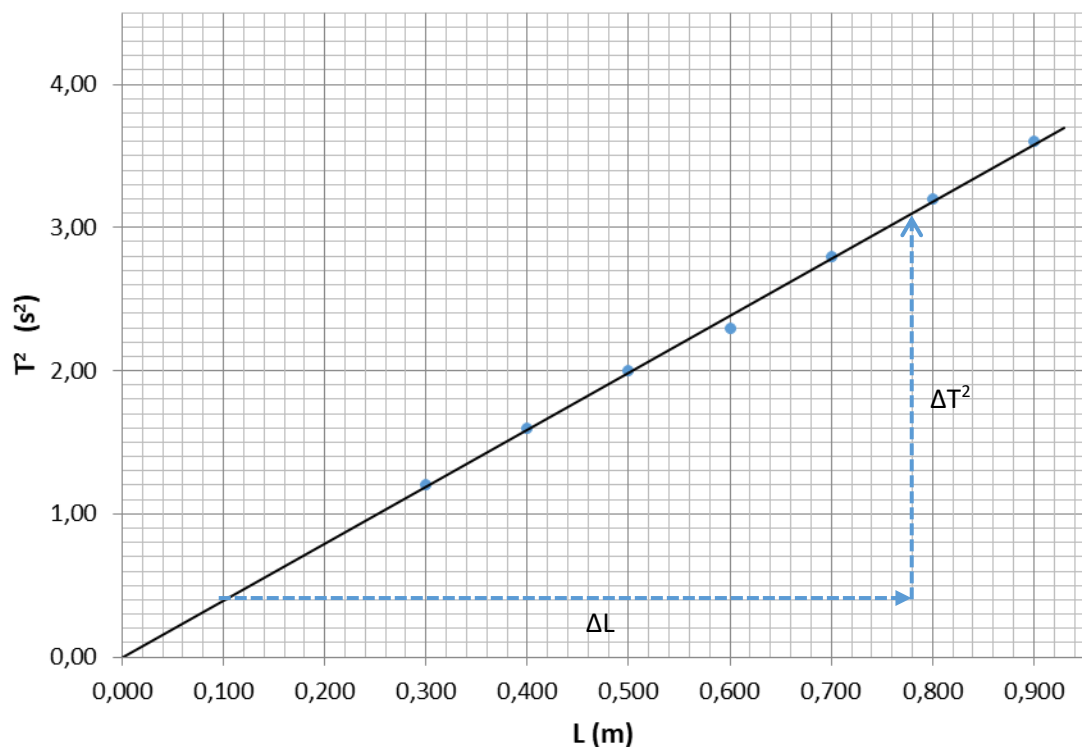
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \quad [1 \text{ μον.}] \quad \text{άρα η γραφική παράσταση}$$

$T^2 = f(L)$ είναι ευθεία με θετική κλίση που περνά από την αρχή των αξόνων. [1 μον.]

2 μον.

(β) Να χρησιμοποιήσετε τη γραφική παράσταση για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

(Μονάδες 3)



$$\text{κλίση} = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{3,10\text{s}^2 - 0,40\text{s}^2}{0,780\text{m} - 0,100\text{m}} = \frac{2,70\text{s}^2}{0,680\text{m}} = 3,97 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \quad [1 \text{ μον.}],$$

$$\text{κλίση} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{\text{κλίση}} \quad [1 \text{ μον.}], \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{3,97 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}} = 9,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [1 \text{ μον.}]$$

Το τρίγωνο για υπολογισμό της κλίσης θα πρέπει να είναι μεγάλο.

Η απάντησή σας να δοθεί με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

(Υ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι ο διπλασιασμός του μήκους L του εκκρεμούς θα πρέπει να διπλασιάσει την περίοδο T . Να εξηγήσετε εάν τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν αυτόν τον ισχυρισμό.

(Μονάδα 1)

Τα πειραματικά αποτελέσματα δεν επιβεβαιώνουν τον ισχυρισμό του μαθητή. Σύμφωνα με το διάγραμμα ο διπλασιασμός του μήκους διπλασιάζει το T^2 και όχι το T [ή από τη γραφική το T^2 (και όχι το T) είναι ανάλογο του L].

1 μον.

(δ) Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η χρήση εκκρεμούς μεγαλύτερου μήκους οδηγεί σε καλύτερο πειραματικό αποτέλεσμα.

(Μονάδες 2)

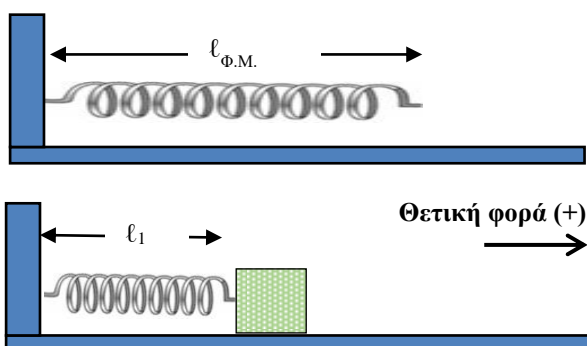
<p>Δύο από τα πιο κάτω ([1 μον.] για το κάθε ένα με μέγιστο 2 μονάδες)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Μεγάλο μήκος του εκκρεμούς, μικρότερο το επί τοις εκατό σφάλμα στη μέτρηση του μήκους. • Μεγάλο μήκος του εκκρεμούς, μεγάλη περίοδος, μικρότερο το επί τοις εκατό σφάλμα στη μέτρηση της περιόδου. • Μεγάλο μήκος του εκκρεμούς, ευκολότερη επίτευξη μικρής γωνίας για να είναι η ταλάντωση ΑΑΤ. 	<p>2 μον.</p>
---	----------------------

(ε) Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η κλίση της γραφικής παράστασης, αν το πείραμα πραγματοποιηθεί στη Σελήνη.

(Μονάδες 2)

<p>$\text{κλίση} = \frac{4\pi^2}{g}$</p> <p>Στη Σελήνη η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι μικρότερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας στην Γη.[1 μον.] Άρα, η κλίση της γραφικής παράστασης για το πείραμα που πραγματοποιείται στη Σελήνη θα είναι μεγαλύτερη.[1 μον.]</p>	<p>2 μον.</p>
---	----------------------

5. Ένα σώμα μάζας 0,500 kg είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη αβαρούς ελατηρίου το οποίο έχει φυσικό μήκος $\ell_{\text{φ.μ.}} = 0,500 \text{ m}$ και σταθερά $k = 200 \text{ N/m}$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Σπρώχνουμε το σώμα, ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί και το μήκος του να γίνει $\ell_1 = 0,300 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

(α) το πλάτος της ταλάντωσης.

$x_0 = \ell_{\text{Φ.Μ.}} - \ell_1 = 0,500 - 0,300 = 0,200 \text{ m}$	Μονάδα 1
---	-----------------

(β) την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς τη στιγμή που το σώμα αφήνεται ελεύθερο.

$\Sigma F = -kx \Rightarrow \Sigma F = -(200 \text{ N / m})(-0,20 \text{ m})$	Μονάδα 1
$\Sigma F = +40 \text{ N}$	Μονάδα 1

(γ) σε ποιες θέσεις (x) το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $2,65 \text{ m/s}$;

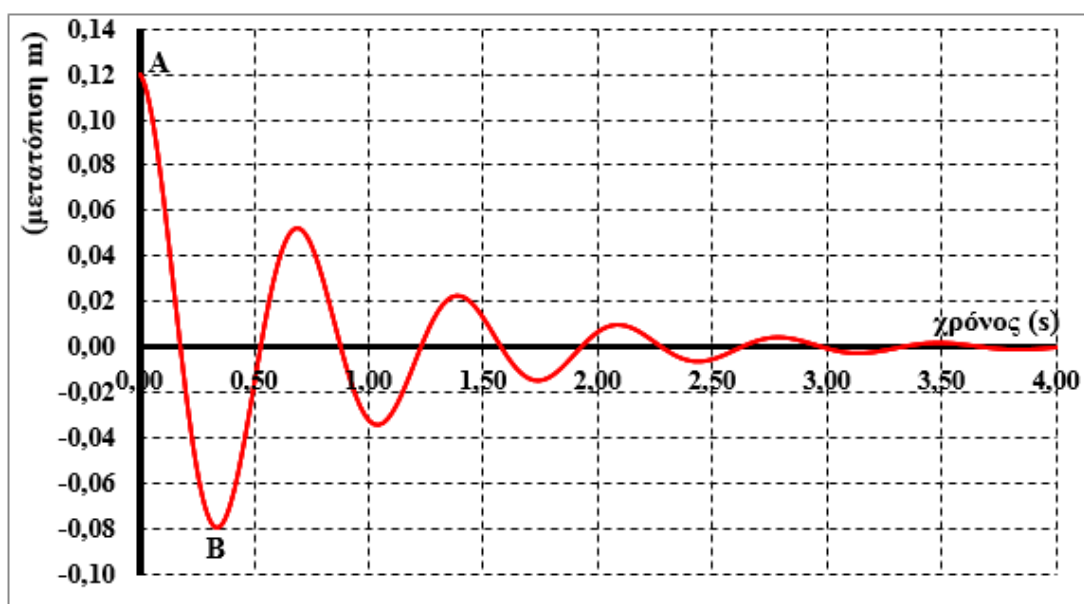
$v = \pm \omega \sqrt{x_0^2 - x^2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{x_0^2 - \frac{v^2}{\omega^2}}$ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ $x = \pm \sqrt{(0,200 \text{ m})^2 - \frac{(2,65 \text{ m/s})^2}{(20 \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2}}$	Μονάδα 1
$x = \pm 0,150 \text{ m}$	Μονάδα 1

6. (α) Να δώσετε τον ορισμό της φθίνουσας ταλάντωσης.

Ορθός Ορισμός: Όταν ένα σώμα εκτελεί παλινδρομική κίνηση και οι δυνάμεις της τριβής και της αντίστασης του περιβάλλοντος μέσου δεν είναι αμελητέες, καταναλώνουν έργο, η Μηχανική Ενέργεια του σώματος μειώνεται και το πλάτος της κίνησης ελαττώνεται. Εάν η μεταβολή του πλάτους είναι μικρή, η κίνηση παραμένει κατά προσέγγιση περιοδική. Η κίνηση αυτή ονομάζεται	Μονάδα 1
--	-----------------

φθίνουσα ταλάντωση.

- (β) Σώμα μάζας m είναι στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς, $k = 100 \text{ N/m}$. Το σώμα εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Στη πιο κάτω γραφική παράσταση φαίνεται η μεταβολή της μετατόπισης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε σχέση με το χρόνο σε μια υποκρίσιμη φθίνουσα ταλάντωση.



- i. Να υπολογίσετε την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος - ελατηρίου στο χρονικό διάστημα μεταξύ των σημείων A και B.

$\Delta E_{\text{μηχ}} = E_{\text{μηχ}_{\text{τελ}}} - E_{\text{μηχ}_{\text{αρχ}}} = \frac{1}{2} k x_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} k x_{\text{αρχ}}^2 = \frac{1}{2} k (x_{\text{B}}^2 - x_{\text{A}}^2)$ $\Delta E_{\text{μηχ}} = \frac{1}{2} (100 \text{ N/m}) [(0,08\text{m})^2 - (0,12\text{m})^2]$	Μονάδα 1
$\Delta E_{\text{μηχ}} = -0,4 \text{ J}$	Μονάδα 1

- ii. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης οπισθέλκουσας δύναμης που ασκείται από τον αέρα στο σώμα στο χρονικό διάστημα μεταξύ των σημείων A και B.

$W_{\vec{f}_a} = \Delta E_{\text{μηχ}} \Rightarrow \vec{f}_a \Delta x = \Delta E_{\text{μηχ}}$ $ \vec{f}_a = \frac{\Delta E_{\text{μηχ}}}{\Delta x} = \frac{-0,40 \text{ J}}{(-0,08\text{m} - 0,12\text{m})} = \frac{-0,40 \text{ J}}{-0,20 \text{ m}}$	Μονάδα 1
$ \vec{f}_a = 2,0 \text{ N}$	Μονάδα 1

7. (α) Να δώσετε τον ορισμό της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

Ορθός Ορισμός: Εξαναγκασμένη είναι η ταλάντωση την οποία εκτελεί ένας ταλαντωτής υπό την επίδραση μια εξωτερικής περιοδικής δύναμης.

Μονάδα 1

(β) i. Τι ονομάζουμε συντονισμό στις ταλαντώσεις;

Ορθός Ορισμός: Συντονισμός είναι το φαινόμενο κατά το οποίο το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

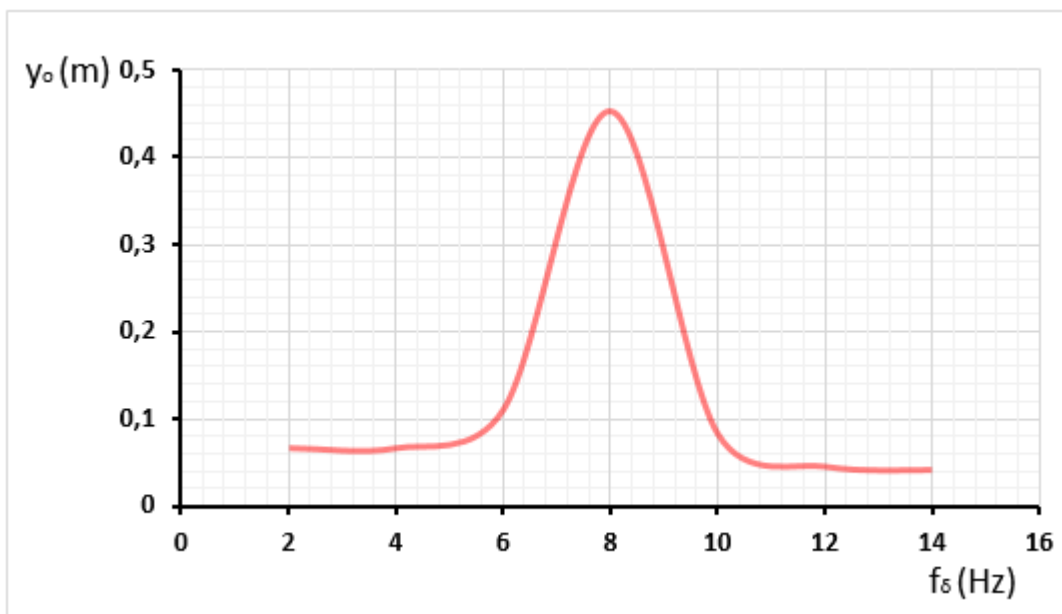
Μονάδα 1

ii. Να εξηγήσετε πότε συμβαίνει το φαινόμενο του συντονισμού.

Αυτό συμβαίνει όταν η συχνότητα της εξωτερικής δύναμης f συμπίπτει με τη χαρακτηριστική συχνότητα f_0 του ταλαντωτή.

Μονάδα 1

(γ) Σώμα μάζας m έχει αναρτηθεί στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται σε σχέση με τη συχνότητα του διεγέρτη σύμφωνα με το πιο κάτω διάγραμμα.



i. Να υπολογίσετε τη χαρακτηριστική περίοδο του ταλαντωτή.

$$f_0 = 8 \text{ Hz} \rightarrow T_0 = 1/f_0 = 1/8 \text{ Hz} = 0,125 \text{ s}$$

Μονάδα 1

ii. Ο διεγέρτης δονείται στα 6 Hz. Να αναφέρετε τη συχνότητα του ταλαντωτή.

$$\text{Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση } f_\delta = f_{\text{ταλ}} = 6 \text{ Hz}$$

Μονάδα 1

8. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε ένα απλό εκκρεμές για να υπολογίσει πειραματικά την επιτάχυνση της βαρύτητας της Γης. Οι μαθητές άλλαζαν το μήκος l του εκκρεμούς

και καταχωρούσαν τις μετρήσεις του χρόνου t δέκα (10) πλήρων ταλαντώσεων στον πιο κάτω πίνακα.

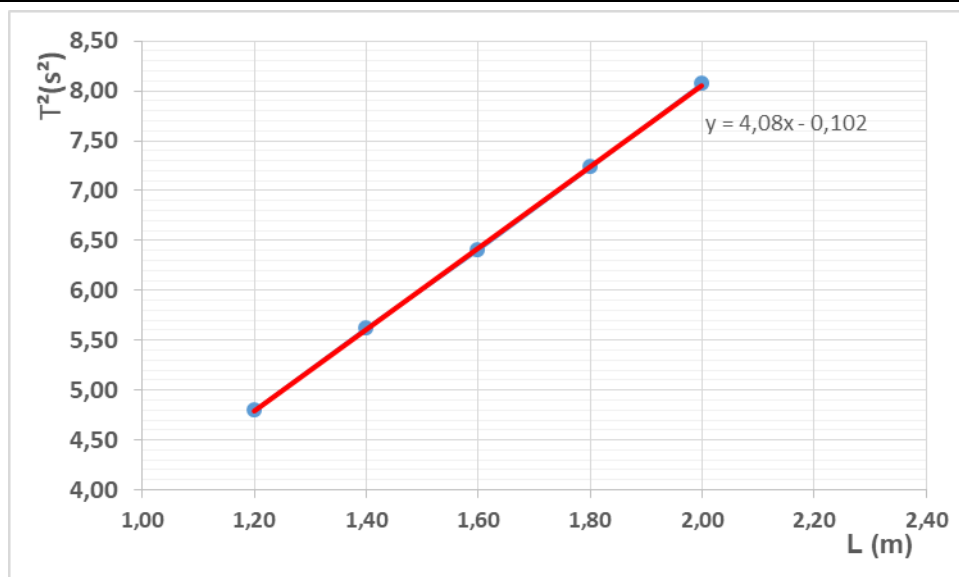
Μήκος νήματος (m)	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)
1,20	21,9
1,40	23,7
1,60	25,3
1,80	26,9
2,00	28,4

(α) Να μεταφέρετε τον πιο πάνω πίνακα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να επεξεργαστείτε κατάλληλα τις μετρήσεις για να υπολογίσετε στη συνέχεια την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Μήκος νήματος (m)	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)	Περίοδος T (s)	T^2 (s^2)
1,20	21,9	2,19	4,80
1,40	23,7	2,37	5,62
1,60	25,3	2,53	6,40
1,80	26,9	2,69	7,24
2,00	28,4	2,84	8,07

(β) Να σχεδιάσετε στο τετραγωνισμένο χαρτί, στο τετράδιο απαντήσεών σας, την κατάλληλη γραφική παράσταση για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Ορθή ονομασία αξόνων – Μονάδες Μέτρησης	Μονάδα 1
Ορθή βαθμονόμηση σε ΟΛΟΚΛΗΡΗ ΤΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ (Τουλάχιστο 5 cm X 5cm)	Μονάδα 1
Τοποθέτηση σημείων	Μονάδα 1
Χάραξη βέλτιστης ευθείας	Μονάδα 1



(γ) Να υπολογίσετε από τη γραφική παράσταση την επιτάχυνση της βαρύτητας.

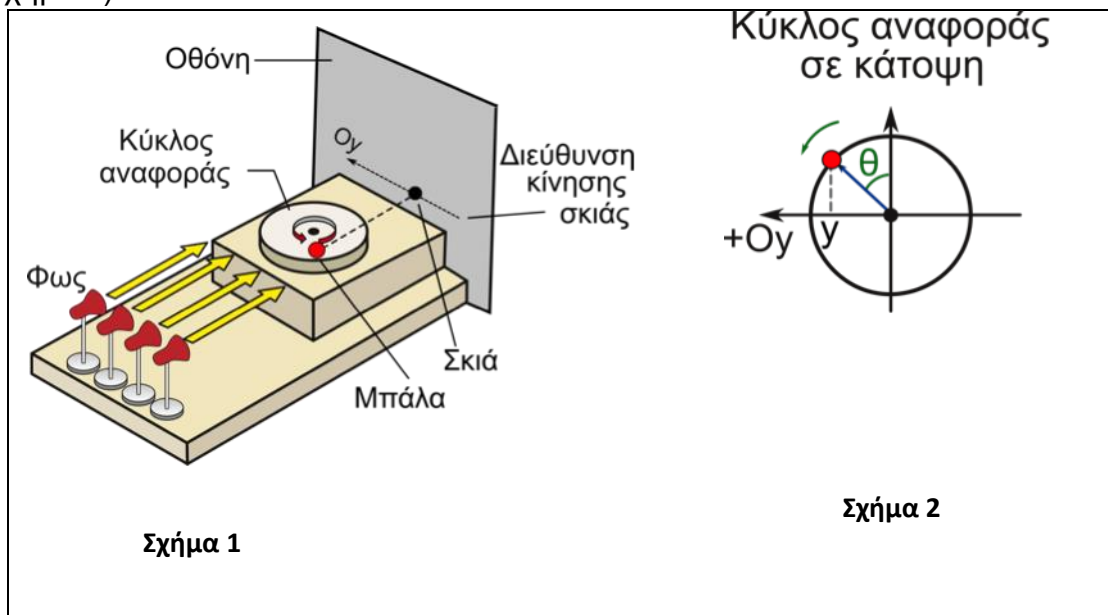
Επιλογή τριγώνου με υποτεινους τουλάχιστο μισή της χαραγμένης ευθείας.	Μονάδα 1
Υπολογισμός της κλίσης $\kappaλίση = \frac{\Delta T^2}{\Delta l} = \frac{(8,10 - 4,80) s^2}{(2,00 - 1,20) m} = 4,13 \frac{s^2}{m} \text{ (Δεκτές από } 3,93 \frac{s^2}{m} - 4,23 \frac{s^2}{m})$	Μονάδα 1
Υπολογισμός της επιτάχυνσης $\kappaλίση = \frac{4\pi^2}{g} \Leftrightarrow g = \frac{4\pi^2}{\kappaλίση} = 9,57 \frac{m}{s^2}$ (Δεκτές από $9,33 \frac{m}{s^2} - 10,05 \frac{m}{s^2}$)	Μονάδα 1

(δ) Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η ομάδα των μαθητών δεν επέλεξε μήκος του εκκρεμούς να κυμαίνεται από 10 cm μέχρι 30 cm.

Δύο από τις ακόλουθες προτάσεις

Δυσκολία στην μέτρηση με ακρίβεια της περιόδου.	Μονάδα 1
Η διαστάσεις της σφαίρας δεν θα είναι αμελητέες σε σχέση με το μήκος του εκκρεμούς.	Μονάδα 1
Δυσκολία στην εκτροπή για γωνία μικρότερη των 15°.	Μονάδα 1

9. Η μπάλα στο σχήμα περιστρέφεται αριστερόστροφα σε κύκλο ακτίνας 30 cm με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 8,00 rad/s (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή $t = 0$, η προβολή της μπάλας στην οθόνη (σκιά) βρίσκεται στη θέση 20 cm και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση (Σχήμα 2).



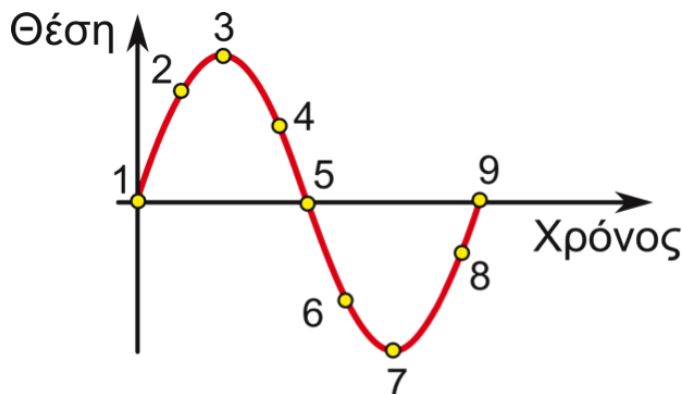
- (α) Να εξαγάγετε την εξίσωση της θέσης (y) της σκιάς σε συνάρτηση με τον χρόνο. (3 μονάδες)

$y = R \eta \mu \theta = y_0 \eta \mu(\omega t + \theta_0)$ [1 μον.] $y(t=0) = y_0 \eta \mu(\theta_0) \Rightarrow \eta \mu(\theta_0) = \frac{y(t=0)}{y_0}$ $\Rightarrow \theta_0 = \arcsin\left(\frac{y(t=0)}{y_0}\right) = \arcsin\left(\frac{20 \text{ cm}}{30 \text{ cm}}\right) = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) = 0,73 \text{ rad}$ [1 μον.] $y = (30 \text{ cm}) \eta \mu\left(8,00 \frac{\text{rad}}{\text{s}} t + 0,73 \text{ rad}\right)$ [1 μον.]	Μονάδες 3
---	-----------

- (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας της σκιάς. (2 μονάδες)

$ \vec{v}_0 = \omega y_0$ [1 μον.] $= 8,00 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 30 \text{ cm} = 240 \text{ cm/s} = 2,4 \text{ m/s}$ [1 μον.]	Μονάδες 2
--	-----------

10. Το πιο κάτω σχήμα απεικονίζει το γράφημα θέσης – χρόνου ενός ΑΑΤ.



Να επιλέξετε ένα σημείο από τα σημεία 1 έως 9, στο οποίο:

(α) Η επιτάχυνση του ταλαντωτή είναι αρνητική και το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.

Το σημείο 4.

Μονάδα 1

(β) Η ταχύτητα του ταλαντωτή είναι αρνητική και το μέτρο της ελαττώνεται.

Το σημείο 6.

Μονάδα 1

(γ) Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας γίνεται ελάχιστη.

Το σημείο 5.

Μονάδα 1

(δ) Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης γίνεται μέγιστη.

Το σημείο 7.

Μονάδα 1

(ε) Να επιλέξετε δύο σημεία, μεταξύ των οποίων η μέση διανυσματική ταχύτητα είναι μηδενική και η μέση διανυσματική επιτάχυνση είναι θετική.

Τα σημεία 5 και 9.

Μονάδα 1

(5 μονάδες)

11. Η χαρακτηριστική κυκλική συχνότητα ενός απλού εκκρεμούς ισούται με $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Το εκκρεμές εκτελεί ΑΑΤ με απόσβεση, υπό την επίδραση μιας επιπρόσθετης περιοδικής δύναμης $F(t) = F_0 \eta \mu(3\omega_0 t)$.

(α) Να κατονομάσετε το είδος της ταλάντωσης που εκτελεί το εκκρεμές.

(1 μονάδα)

Το εκκρεμές εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.	Μονάδα 1
--	-----------------

(β) Να γράψετε με ποια κυκλική συχνότητα θα ταλαντώνεται το εκκρεμές.

(1 μονάδα)

Το εκκρεμές ταλαντώνεται με την κυκλική συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης $W_{ekkr.} = 3W_0$.	Μονάδα 1
--	-----------------

(γ) Η εξωτερική περιοδική δύναμη αποκτά τη μορφή $F(t) = F_0 \eta \mu(\omega_0 t)$.

- i. Να γράψετε πώς θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς, σε σχέση με το πλάτος ταλάντωσης που προκαλούσε η δύναμη με κυκλική συχνότητα $3\omega_0$. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(2 μονάδες)

Το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς θα αυξηθεί [1 μον.] . Η συχνότητα ω_0 είναι συχνότητα συντονισμού και επομένως έχουμε μέγιστο πλάτος [1 μον.] .	Μονάδες 2
---	------------------

- ii. Εάν η εξωτερική δύναμη διατηρήσει τη μορφή $F(t) = F_0 \eta \mu(\omega_0 t)$ αλλά η απόσβεση γίνει μεγαλύτερη, να αναφέρετε πώς θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς.

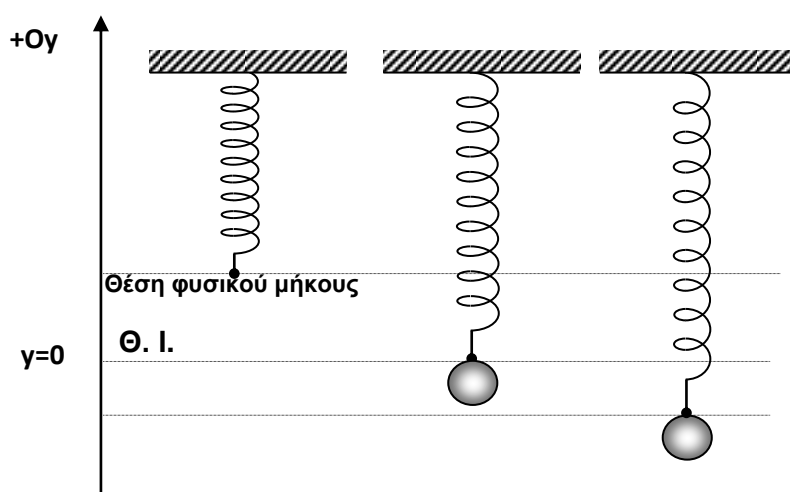
(1 μονάδα)

Το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς θα μειωθεί.	Μονάδα 1
--	-----------------

12. (α) Να γράψετε τον ορισμό της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

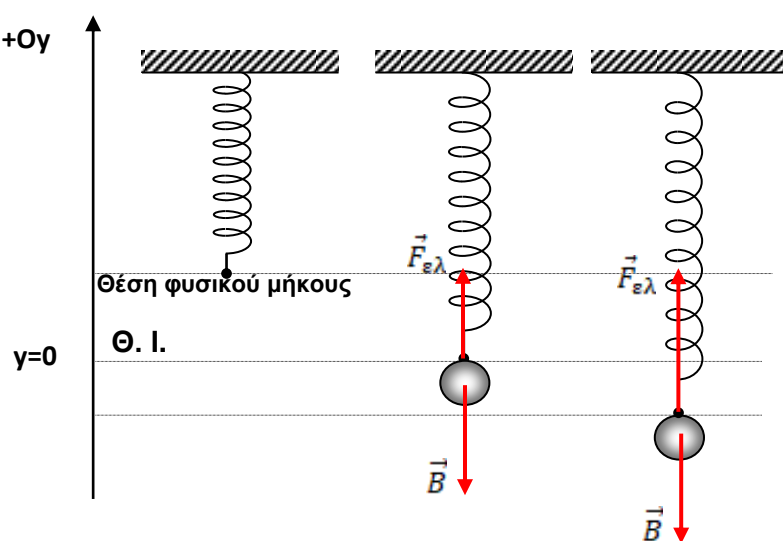
Ορθός ορισμός: Απλή αρμονική ταλάντωση είναι η παλινδρομική περιοδική κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν η συνισταμένη δύναμη σε αυτό είναι ανάλογη και αντίρροπη με τη μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας.	1 μον.
--	---------------

(β) Στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς ελατηρίου σταθεράς k είναι προσδεμένη σφαίρα μάζας m . Η σφαίρα απομακρύνεται κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας (Θ. Ι.) της, $y = 0$, όπως φαίνεται στο σχήμα, και αφήνεται ελεύθερη.



Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Σχεδιασμός δυνάμεων στη Θ.Ι και στην ενδιάμεση θέση. [1 μον.]



4 μον.

Εάν η σφαίρα βρίσκεται σε κάποια θέση y , η μετατόπισή της από τη θέση $y_{\Phi\text{M}}$ ισούται με $y - y_{\Phi\text{M}}$. Από τον Νόμο του Hooke προκύπτει ότι στη σφαίρα δρα μία δύναμη ελατηρίου $F_{ελ} = -k(y - y_{\Phi\text{M}})$

Η συνισταμένη δύναμη στη σφαίρα ισούται με:

$\sum \vec{F} = \vec{F}_{ελ} + \vec{B} \Rightarrow \sum F = F_{ελ} + B = -k(y - y_{\Phi M}) - mg \quad [1 \text{ μον.}]$ <p>Η συνισταμένη δύναμη μηδενίζεται στη ΘΙ $y = 0$. Θέτοντας $\sum F = 0$ για $y = 0$, υπολογίζουμε τη θέση $y_{\Phi M}$:</p> $-k(0 - y_{\Phi M}) - mg = 0 \Rightarrow ky_{\Phi M} = mg \Rightarrow y_{\Phi M} = \frac{mg}{k} \quad [1 \text{ μον.}]$ <p>Εάν αντικαταστήσουμε την τιμή $y_{\Phi M} = \frac{mg}{k}$ στην έκφραση για τη συνισταμένη δύναμη, βρίσκουμε: $\sum F = -k(y - \frac{mg}{k}) - mg = -ky$</p> <p>Επομένως, η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη και αντίρροπη με τη μετατόπιση της σφαίρας από τη ΘΙ. Άρα η σφαίρα εκτελεί ΑΑΤ. [1 μον.]</p>	
---	--

- 13. (α)** Από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ κρέμεται σώμα μάζας 2 kg. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ασκείται εξωτερική περιοδική κατακόρυφη δύναμη που δίνεται από την εξίσωση $F = 5 \text{ ημ}\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$ (S.I.).
- Να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή.

$\omega_{\text{διδγ}} = \frac{2\pi}{T_{\text{διδγ}}} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T_{\text{διδγ}} = 3 \text{ s} \quad [1 \text{ μον.}]$ $T_{\text{ταλ}} = T_{\text{διδγ}} = 3 \text{ s} \quad [1 \text{ μον.}]$	2 μον.
---	---------------

(β) Στις 19 Σεπτεμβρίου του 1985 έγινε σεισμός στη πόλη του Μεξικού. Πολλά κτήρια, ύψους 80 m περίπου, κατέρρευσαν, ενώ κτήρια ψηλότερα ή χαμηλότερα παρέμειναν άθικτα. Να χρησιμοποιήσετε τα παρακάτω στοιχεία για να εξηγήσετε τον λόγο για τον οποίο παρατηρήθηκε το φαινόμενο αυτό.

Η περίοδος ταλάντωσης ενός κτηρίου ύψους 80 m είναι 2,0 s.

Η ταχύτητα διάδοσης των σεισμικών κυμάτων είναι $6,0 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Το μέσο μήκος κύματος των σεισμικών κυμάτων είναι $1,22 \times 10^4 \text{ m}$.

$f_{\text{κυμάτων}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{6,0 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,22 \times 10^4 \text{ m}} = 0,49 \text{ Hz} \quad [1 \text{ μον.}]$ <p>Η χαρακτηριστική συχνότητα ταλάντωσης των κτηρίων ισούται:</p> $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2,0 \text{ s}} = 0,50 \text{ Hz} \quad [1 \text{ μον.}]$ <p>Επειδή $f_{\text{κυμάτων}} \approx f_0$ παρατηρείται το φαινόμενο του συντονισμού και τα</p>	3 μον.
--	---------------

κτήρια με ύψος 80 m ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος με αποτέλεσμα να καταρρεύσουν. Για άλλα ύψη κτηρίων $f_{\text{κυμάτων}} \neq f_0$ άρα το πλάτος ταλάντωσης των κτηρίων είναι πιο μικρό. **[1 μον.]**

14. Μια ομάδα μαθητών πραγματοποίησε ένα πείραμα με απλό εκκρεμές. Σκοπός τους ήταν να μετρήσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

Οι μαθητές πραγματοποίησαν επτά διαφορετικές μετρήσεις του χρόνου

δέκα (10) ταλαντώσεων του εκκρεμούς και συμπλήρωσαν τον πιο κάτω πίνακα:

Μέτρηση	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)	Μήκος του εκκρεμούς (m)	Μάζα του εκκρεμούς (kg)	Πλάτος της ταλάντωσης (m)
1	20,0	1,00	0,063	0,05
2	20,0	1,00	0,063	0,10
3	20,0	1,00	0,041	0,10
4	22,1	1,20	0,063	0,05
5	23,8	1,40	0,063	0,05
6	25,4	1,60	0,063	0,05
7	27,0	1,80	0,063	0,05

(α) Να γράψετε ποιες από τις μετρήσεις του πιο πάνω πίνακα θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε για να χαράξετε κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι μετρήσεις: 1, 4, 5, 6, 7 (ή μια εκ των 2,3 και 4,5,6,7 με την κατάλληλη δικαιολόγηση) **[1 μον.]**,
διότι οι υπόλοιποι παράγοντες, δηλαδή η μάζα του εκκρεμούς και το πλάτος της ταλάντωσης, θα πρέπει να παραμένουν σταθεροί. **[1 μον.]**

2 μον.

(β) Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεών σας, κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Η απάντησή σας να δοθεί με τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

- Κατάλληλη επεξεργασία μετρήσεων σε T^2 [1 μον.]
- Σωστή βαθμονόμηση – χάραξη αξόνων – Φυσικά μεγέθη και Μονάδες μέτρησης. [1 μον.]
- Τοποθέτηση σημείων στη γραφική παράσταση [1 μον.]
- Σχεδιασμός της καλύτερης ευθείας που αντιστοιχεί στα πειραματικά σημεία. [1 μον.]
- Υπολογισμός της κλίσης [1 μον.]
- Ορθός υπολογισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας (σωστός αριθμός Σ.Ψ.). [1 μον.]

6 μον.

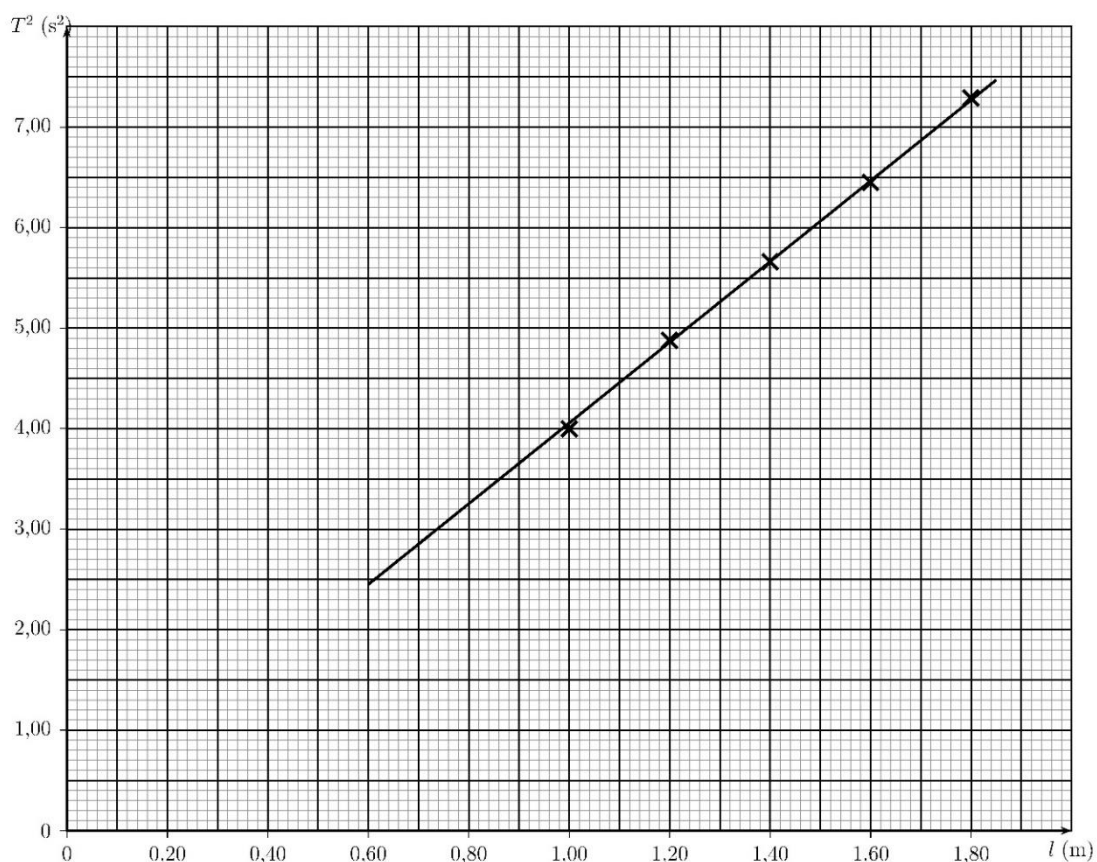
Παράδειγμα:

$$\text{κλίση} = \frac{\Delta T^2}{\Delta \ell} = \frac{(6,80 - 3,00) \text{ s}^2}{(1,68 - 0,74) \text{ m}} = 4,04 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

$$\text{κλίση} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{\text{κλίση}} = \frac{4\pi^2 \text{ m}}{4,04 \text{ s}^2}$$

$$\Rightarrow g = 9,76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (για } \pi \text{ ίσο με } 3,14)$$

$$\text{ή } g = 9,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (με εισαγωγή του } \pi \text{ από την υπολογιστική)}$$



(γ) Οι πιο πάνω μετρήσεις χρόνου πραγματοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου, οι οποίες δόθηκαν από αισθητήρα κίνησης. Μια άλλη ομάδα μαθητών για να μετρήσει τον χρόνο των δέκα περιόδων χρησιμοποίησε

χρονόμετρο χειρός με ακρίβεια δέκατου του δευτερολέπτου. Να εξηγήσετε ποια από τις δύο ομάδες μαθητών έχει μετρήσει με μεγαλύτερη ακρίβεια τον χρόνο των δέκα περιόδων.

Η ομάδα που μέτρησε με μεγαλύτερη ακρίβεια τον χρόνο των 10 ταλαντώσεων είναι η ομάδα που χρησιμοποίησε αισθητήρα κίνησης [1 μον.] , διότι σε όλες τις μετρήσεις με χρονόμετρο χειρός υπεισέρχεται σφάλμα λόγω του χρόνου αντίδρασης του παρατηρητή. [1 μον.]	2 μον.
---	---------------