

- (Μονάδα 1)**

(Μονάδα 1)

2 μον.

1

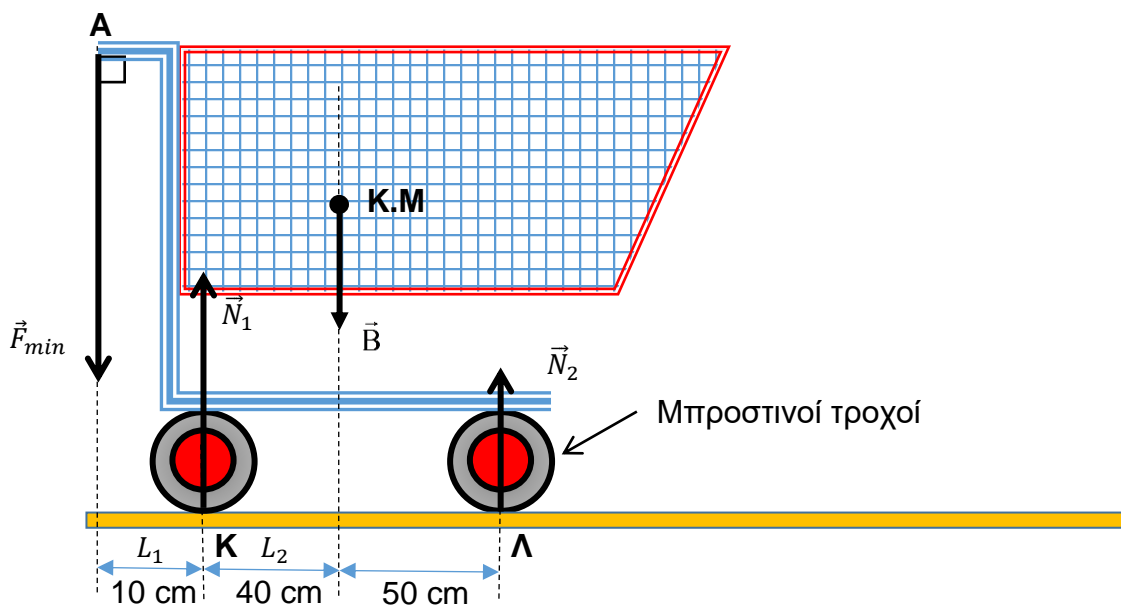
Τα μέτρα των δυνάμεων \vec{F}_1 και \vec{F}_2 είναι: $|\vec{F}_1| = 20 \text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 30 \text{ N}$. Οι δυνάμεις δεν έχουν σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Ο λόγος των ακτίνων είναι $\frac{R_1}{R_2} = 2,5$.

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης \vec{F}_3 , ώστε ο δίσκος να ισορροπεί.

(Μονάδες 3)

Εφόσον ο δίσκος ισορροπεί, $\Sigma \vec{M}_{\varepsilon\zeta\omega\tau,z} = \vec{0}$	[1 μον.]	3 μον.
$\Sigma M_{\varepsilon\zeta\omega\tau,z} = M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} = \vec{F}_1 R_1 - \vec{F}_2 R_2 - \vec{F}_3 R_2 = 0 \Rightarrow$	[1 μον.]	
$ \vec{F}_3 = \vec{F}_1 \times \frac{R_1}{R_2} - \vec{F}_2 \Rightarrow$	[1 μον.]	
$ \vec{F}_3 = (20\text{N}) \times 2,5 - (30\text{N}) = 20\text{N}$	[1 μον.]	

2. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα καροτσάκι μιας υπεραγοράς. Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Το βάρος του καροτσιού είναι 160 N.



- (α) Να διατυπώσετε τις αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας ενός στερεού σώματος.

(Μονάδες 2)

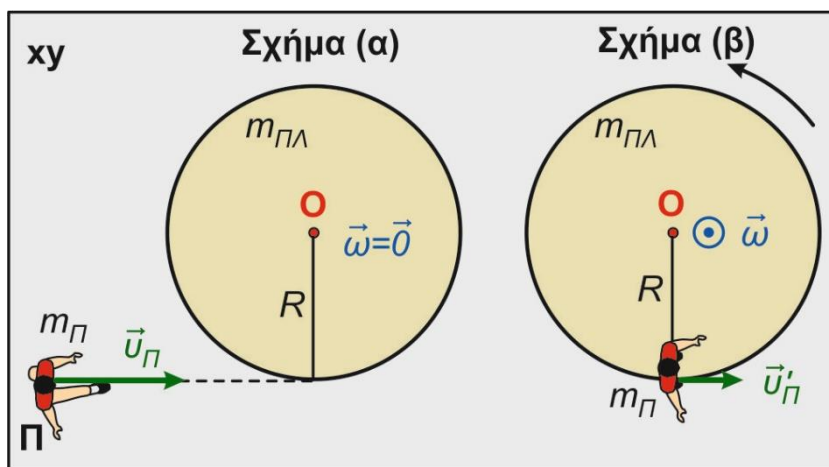
Ορθή διατύπωση των δύο συνθηκών.	2 μον.
----------------------------------	--------

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης δύναμης που πρέπει να εφαρμοστεί κατακόρυφα στο σημείο Α για την ανύψωση των μπροστινών τροχών του καροτσιού από το έδαφος.

(Μονάδες 3)

<p>Όταν ανυψωθούν οι μπροστινοί τροχοί $\vec{N}_2 = \vec{0}$. Η ζητούμενη ελάχιστη δύναμη είναι κατακόρυφη. Εφαρμόζουμε τη δεύτερη συνθήκη ισορροπίας ως προς το σημείο Κ, σημείο εφαρμογής της δύναμης \vec{N}_1.</p> $\Sigma M_{\varepsilon\zeta\omega\tau,z} = 0 \Rightarrow M_{\vec{F}_{\min}} + M_{\vec{B}} + M_{\vec{N}_1} = 0 \quad [1 \text{ μον.}]$ $\Rightarrow \vec{F}_{\min} \times L_1 - \vec{B} \times L_2 + 0 = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\min} = \vec{B} \times \frac{L_2}{L_1} = \quad [1 \text{ μον.}]$ $= (160\text{N}) \times \frac{40\text{cm}}{10\text{cm}} = 640\text{N} \quad [1 \text{ μον.}]$	<p>3 μον.</p>
--	----------------------

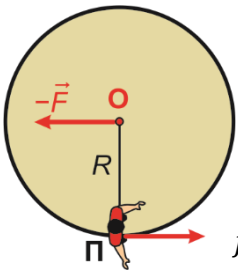
3. Το σχήμα (α) δείχνει σε κάτοψη μία οριζόντια πλατφόρμα μάζας $m_{\Pi\Lambda}$ και ακτίνας R . Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή γύρω από έναν ακλόνητο κατακόρυφο άξονα Oz , που διέρχεται από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδο xy της σελίδας.



Αρχικά η πλατφόρμα είναι ακίνητη. Ένα παιδί Π μάζας m_{Π} , που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $|\vec{u}_{\Pi}|$, πηδάει στην πλατφόρμα και ακινητοποιείται σε σχέση με αυτήν. Αμέσως μετά, το παιδί και η πλατφόρμα αρχίζουν να περιστρέφονται με κοινή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ (Σχήμα (β)).

(α) Να εξηγήσετε γιατί η στροφορμή της πλατφόρμας κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα Oz δεν διατηρείται.

(Μονάδες 2)

 <p>Από τη στιγμή που το παιδί πηδάει στην πλατφόρμα και για ένα μικρό χρονικό διάστημα, το παιδί ασκεί στην πλατφόρμα οριζόντια επαπτομενική δύναμη τριβής \vec{f}_s. [1 μον.] Η δύναμη αυτή έχει μη μηδενική ροπή κατά μήκος του άξονα περιστροφής. [1 μον.]</p>	<p>2 μον.</p>
--	----------------------

(β) Να γράψετε πώς μεταβάλλεται η στροφορμή (μέτρο και κατεύθυνση) του παιδιού κατά μήκος του άξονα Oz. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

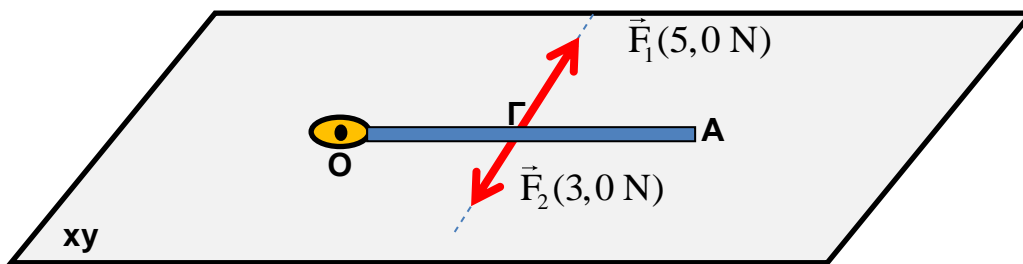
(Μονάδες 3)

<p>Το παιδί έχει αρχική στροφορμή με μέτρο $m_{\Pi} R \vec{v}_{\Pi}$, διεύθυνση στον άξονα Oz και φορά προς το εξωτερικό της σελίδας. Όταν το παιδί ανεβαίνει στην πλατφόρμα, η κατεύθυνση της στροφορμής του διατηρείται, αλλά το μέτρο της στροφορμής του μειώνεται. [1 μον. + 1 μον.]</p> <p>Επειδή η συνολική στροφορμή του συστήματος παιδιού – πλατφόρμας διατηρείται, η πλατφόρμα αποκτά στροφορμή ίση με την αρνητική μεταβολή της στροφορμής του παιδιού. [1 μον.]</p>	<p>3 μον.</p>
--	----------------------

4. (α) Να διατυπώσετε το θεώρημα των ροπών.

<p>Ορθή Διατύπωση του Θεωρήματος: Η ροπή της συνισταμένης δύο (ή περισσότερων) δυνάμεων με κοινό σημείο εφαρμογής ισούται με το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων.</p>	<p>Μονάδα 1</p>
---	------------------------

(β) Μια ράβδος OA μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια πάνω στο επίπεδο xy γύρω από το σημείο O. Στο σημείο Γ, στο μέσο της ράβδου, ασκούνται δύο δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 κάθετα σε αυτή, οι οποίες ανήκουν στο επίπεδο xy , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



i. Να εξηγήσετε αν μπορείτε να εφαρμόσετε το θεώρημα των ροπών.

Μπορεί να εφαρμοστεί το Θεώρημα των ροπών γιατί όλες οι δυνάμεις εφαρμόζονται στο ίδιο σημείο της ράβδου.	Μονάδα 1
---	----------

ii. Το μήκος της ράβδου είναι 2,0 m. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής των δύο δυνάμεων ως προς το σημείο O.

$M_{\vec{F}_1} = + \vec{F}_1 L_{O\Gamma} = +(5,0 \text{ N}).(1 \text{ m}) = +5,0 \text{ N.m}$ $M_{\vec{F}_2} = - \vec{F}_2 L_{O\Gamma} = -(3,0 \text{ N}).(1 \text{ m}) = -3,0 \text{ N.m}$	Μονάδα 1
$\Sigma \vec{M}_{\Sigma \vec{F}} = \vec{M}_{\vec{F}_1} + \vec{M}_{\vec{F}_2}$ $\Sigma \vec{M}_{\Sigma \vec{F}} = +2,0 \text{ N.m}$	Μονάδα 1

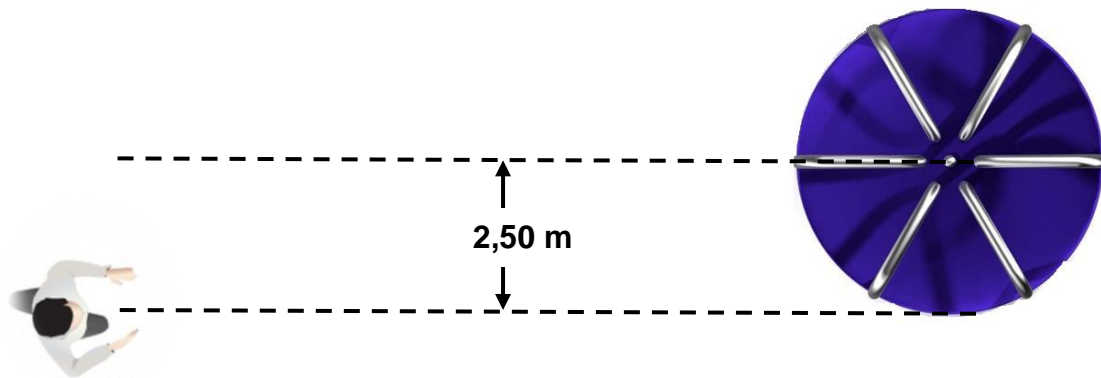
iii. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της συνολικής ροπής των δύο δυνάμεων.

Ορθός σχεδιασμός Διανύσματος	Μονάδα 1
------------------------------	----------

5. (α) Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

Ορθή διατύπωση της Αρχής Διατήρησης της Στροφορμής: Όταν το άθροισμα των εξωτερικών ροπών σε ένα σώμα ή ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν ως προς κάποιο σημείο του χώρου, τότε η συνολική στροφορμή του σώματος ή του συστήματος, ως προς το ίδιο σημείο, διατηρείται σταθερή.	Μονάδα 1
---	----------

(β) Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η κάτοψη ενός μαθητή μάζας $m_\mu = 75,0 \text{ kg}$ που κινείται με σταθερή ταχύτητα $|\vec{v}_\mu| = 3,00 \text{ m/s}$ προς την πλατφόρμα ακτίνας $R = 2,50 \text{ m}$. Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ένα ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Η πλατφόρμα αρχικά είναι ακίνητη και ο μαθητής μόλις ανεβεί στην πλατφόρμα σταματά να βαδίζει.



i. Να υπολογίσετε την αρχική στροφορμή του συστήματος πλατφόρμας – μαθητή ως προς τον άξονα της πλατφόρμας.

$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\mu\alpha\theta} = m_\mu \vec{v}_\mu R = (75,0 \text{ kg}) \cdot (3,00 \text{ m/s}) \cdot (2,50 \text{ m})$	Μονάδα 1
$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\mu\alpha\theta} = + 562,5 \text{ kgm}^2/\text{s}$	Μονάδα 1

ii. Εάν η μάζα της πλατφόρμας είναι $M = 450 \text{ kg}$ και η ροπή αδράνειάς της δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{2}MR^2$ να υπολογίσετε την κοινή γωνιακή ταχύτητα πλατφόρμας – μαθητή.

$\Sigma \vec{M}_{\epsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} = (I_{\pi\lambda} + I_{\mu\alpha\theta})\omega \Rightarrow \omega = \frac{L_{\alpha\rho\chi}}{(\frac{1}{2}M + m_\mu)R^2}$	Μονάδα 1
$\omega = \frac{562,5 \text{ kgm}^2/\text{s}}{[\frac{1}{2}(450,0 \text{ kg}) + (75,0 \text{ kg})](2,50 \text{ m})^2}$ $\omega = 0,30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Μονάδα 1

6. (α) Να διατυπώσετε τις αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας ενός στερεού σώματος.

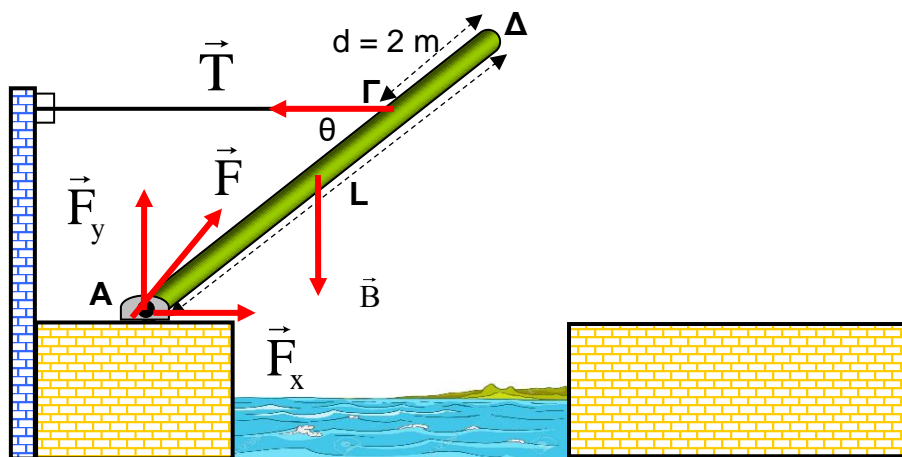
Όταν το ΚΜ του σώματος ηρεμεί, η συνισταμένη των εξωτερικών	Μονάδα 1
---	-----------------

δυνάμεων μηδενίζεται: $\sum \vec{F}_{\text{εξωτ}} = \vec{0}$.

Όταν το σώμα δεν περιστρέφεται, έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 0$, τότε το άθροισμα των εξωτερικών ροπών στο σώμα μηδενίζεται ως προς οποιοδήποτε σημείο του χώρου $\sum \vec{M}_{\text{εξωτ}} = \vec{0}$.

Μονάδα 1

(β) Η ομογενής μεταλλική γέφυρα ΑΔ έχει μήκος $L = 8,0 \text{ m}$ και μάζα $m_\gamma = 2500 \text{ kg}$. Η γέφυρα μπορεί να περιστρέφεται μέσω άρθρωσης ως προς το άκρο της Α. Στο σημείο Γ η γέφυρα είναι συνδεδεμένη με τεντωμένο σύρμα που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ όπως φαίνεται στο κάτω σχήμα. Η γέφυρα βρίσκεται σε στατική ισορροπία.



i. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του σύρματος $|\vec{T}|$.

$\sum M_{\text{εξωτ},z} = 0 \Rightarrow M_{\vec{T}} + M_{\vec{B}} = 0 \Rightarrow \vec{T} d_{\vec{T}} - \vec{B} d_{\vec{B}} = 0$	Μονάδα 1
$ \vec{T} (L - d) \eta \mu \theta = \vec{B} \frac{L}{2} \sigma \upsilon \nu \theta$	Μονάδα 1
$ \vec{T} = \frac{ \vec{B} \frac{L}{2} \sigma \upsilon \nu \theta}{(L - d) \eta \mu \theta} = \frac{m_\gamma g \frac{L}{2} \sigma \upsilon \nu \theta}{(L - d) \eta \mu \theta} = \frac{(2500 \text{ kg}) \cdot (9,81 \text{ m/s}^2) \cdot (\frac{8,0 \text{ m}}{2}) \sigma \upsilon \nu 30^\circ}{(8,0 \text{ m} - 2,0 \text{ m}) \eta \mu 30^\circ}$	Μονάδα 1
$ \vec{T} = 28319 \text{ N}$	Μονάδα 1

ii. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $|\vec{F}|$ που ασκείται από την άρθρωση στο σημείο Α της γέφυρας.

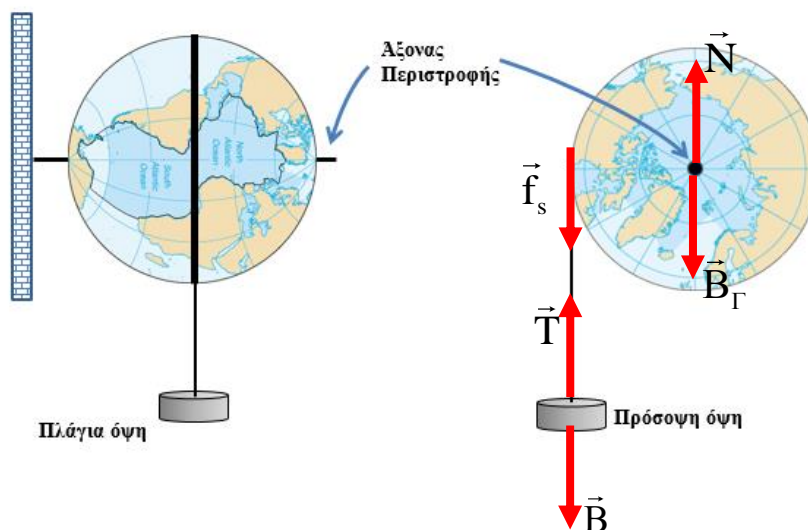
$\sum F_{\text{εξωτ},x} = 0 \Rightarrow - \vec{T} + \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_x = \vec{T} = 28319 \text{ N}$	Μονάδα 1
---	-----------------

$\Sigma F_{\varepsilon\zeta\omega\tau,y} = 0 \Rightarrow - \vec{B} + \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{F}_y = \vec{B} = mg = 24525 \text{ N}$	Μονάδα 1
$ \vec{F} = \sqrt{ \vec{F}_x ^2 + \vec{F}_y ^2} = \sqrt{(28319 \text{ N})^2 + (24525 \text{ N})^2} = 37463 \text{ N}$	Μονάδα 1

iii. Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η δύναμη \vec{F} με την κατακόρυφη διεύθυνση.

$\varepsilon\phi\phi = \frac{ \vec{F}_x }{ \vec{F}_y } = \frac{28319}{24525} = 1,1547 \Rightarrow \phi = 49,1^\circ$	Μονάδα 1
--	-----------------

7. Η υδρόγειος σφαίρα του πιο κάτω σχήματος έχει ακτίνα $R = 0,40 \text{ m}$ και μάζα $M = 0,750 \text{ kg}$ και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα. Γύρω από τον Ισημερινό της Γης έχουμε περιτυλίξει αβαρές νήμα και στο ελεύθερο άκρο έχουμε αναρτήσει βαρίδιο μάζας $m = 0,200 \text{ kg}$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Αφήνοντας το βαρίδιο ελεύθερο η υδρόγειος σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται.



(α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κατεβαίνει το βαρίδιο αν το νήμα δεν ολισθαίνει στην υδρόγειο σφαίρα. Η υδρόγειος σφαίρα είναι σφαιρικός φλοιός και η ροπή αδράνειάς της δίνεται από την σχέση $I_{\sigma\phi.\phi\lambda} = \frac{2}{3}MR^2$.

Εφαρμογή σχέσης 2ου Νόμου του Νεύτωνα για μεταφορική κίνηση για βαρίδιο. $\Sigma F_{\varepsilon\zeta} = ma \Rightarrow \vec{B} - \vec{T} = ma \quad (\text{εξ. 1})$	Μονάδα 1
Εφαρμογή σχέσης 2ου Νόμου του Νεύτωνα για περιστροφική κίνηση για υδρόγειο σφαίρα. $\Sigma M_{\varepsilon\zeta} = Ia_\gamma \Rightarrow M_{\vec{f}_s} = Ia_\gamma \Rightarrow \vec{f}_s R = Ia_\gamma \quad (\text{εξ. 2})$	Μονάδα 1

<p>Σχέσεις Επιταχύνσεων και Δυνάμεων.</p> <p>$a = Ra_\gamma$ (εξ. 3)</p> <p>$\vec{f}_s = \vec{T}$ (εξ. 4)</p>	Μονάδα 1
<p>Επίλυση Συστήματος.</p> <p>(εξ. 3+4) στην (εξ. 2)</p> <p>$\vec{T} R = I \frac{a}{R} \Rightarrow \vec{T} = I \frac{a}{R^2}$ (εξ. 5)</p> <p>εξ. 5 \Rightarrow εξ. 1</p> <p>$\vec{B} - \vec{T} = ma \Rightarrow mg - I \frac{a}{R^2} = ma$</p> <p>$a = \frac{mgR^2}{(mR^2 + I)} = \frac{mgR^2}{(mR^2 + \frac{2}{3}MR^2)} = \frac{mg}{(m + \frac{2}{3}M)}$</p>	Μονάδα 1
<p>Ορθή Αντικατάσταση Μεγεθών.</p> <p>$a = \frac{(0,200kg)(9,81\frac{m}{s^2})}{(0,200 + \frac{2}{3}0,750)kg}$</p>	Μονάδα 1
<p>Ορθή Αντικατάσταση - Ορθό Αποτέλεσμα.</p> <p>$a = 2,8\frac{m}{s^2}$</p>	Μονάδα 1

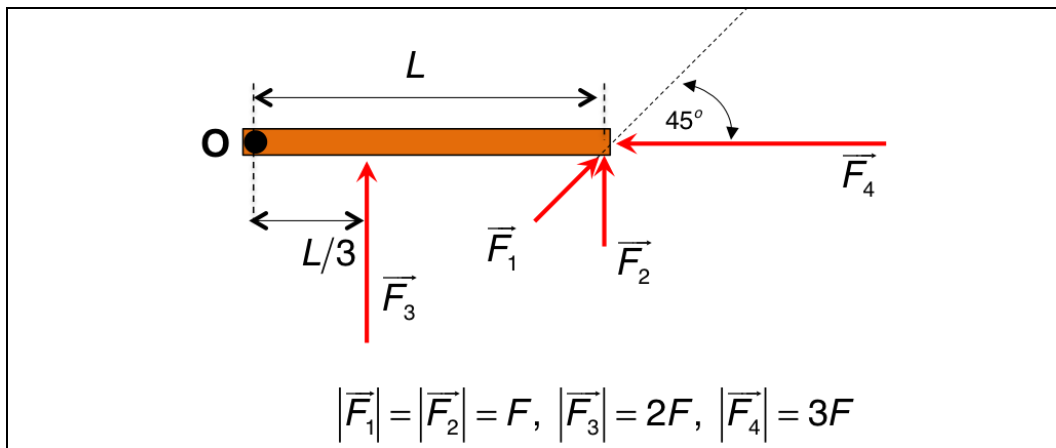
(β) Να εξηγήσετε τι θα συμβεί στην επιτάχυνση του βαριδίου αν διπλασιαστεί η ακτίνα της υδρογείου σφαίρας.

Δεν θα αλλάξει η επιτάχυνση του βαριδίου.	Μονάδα 1
Είναι ανεξάρτητη της ακτίνας της υδρογείου $\alpha = [3mg/(3m+2M)]$.	Μονάδα 1

(γ) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της υδρογείου σφαίρας τη χρονική στιγμή $t = 5,0$ s.

$\omega = \omega_0 + a_\gamma t \Rightarrow \omega = \omega_0 + \frac{a}{R}t \Rightarrow \omega = 0 + \frac{2,8\frac{m}{s^2}}{0,40\frac{m}{m}}(5,0\frac{s}{s})$	Μονάδα 1
$\omega = 35\frac{rad}{s}$	Μονάδα 1

8. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται ένα άκαμπτο λεπτό ραβδί μήκους L , το οποίο εφάπτεται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (παράλληλο με το επίπεδο της σελίδας). Το ραβδί μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο του **O**. Στο ραβδί ασκούνται τέσσερις οριζόντιες δυνάμεις, όπως φαίνεται στο σχήμα.



(α) Να κατατάξετε τις ροπές των δυνάμεων ως προς το σημείο **O** κατά αύξουσα σειρά ως προς το μέτρο τους (από το μικρότερο στο μεγαλύτερο).

(1 μονάδα)

$ \vec{M}_{\vec{F}_4} < \vec{M}_{\vec{F}_3} < \vec{M}_{\vec{F}_1} < \vec{M}_{\vec{F}_2} $	Μονάδα 1
---	-----------------

(β) Να δικαιολογήσετε την κατάταξή σας.

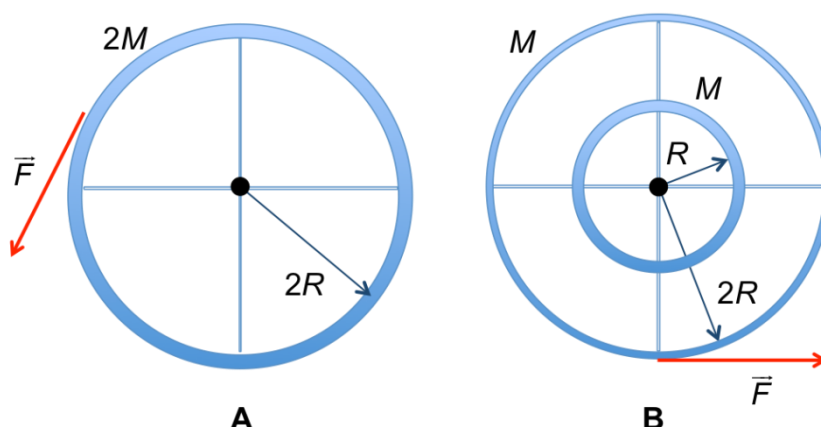
(2 μονάδες)

$ \vec{M}_{\vec{F}_1} = \vec{F}_1 L \sin 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) FL = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vec{M}_{\vec{F}_2} < \vec{M}_{\vec{F}_2} $ [1 μον.]	Μονάδες 2
$ \vec{M}_{\vec{F}_3} = \vec{F}_3 (L/3) = (2/3) FL < \vec{M}_{\vec{F}_1} < \vec{M}_{\vec{F}_2} $ [1 μον.]	
$ \vec{M}_{\vec{F}_4} = 0 \text{ Nm} < \vec{M}_{\vec{F}_3} < \vec{M}_{\vec{F}_1} < \vec{M}_{\vec{F}_2} $	

(γ) Αν η δύναμη \vec{F}_1 έχει μέτρο 12 N, η απόσταση του σημείου εφαρμογής της από το **O** είναι $L = 75\text{cm}$ και η γωνία που σχηματίζει ο φορέας της με το ραβδί είναι 45° , να υπολογίσετε τη ροπή της \vec{F}_1 ως προς το **O**. (2 μονάδες)

$M_{\vec{F}_1} = + \vec{F}_1 L \sin 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) FL$ (αριστερόστροφη ροπή, θετική) [1 μον.] $M_{\vec{F}_1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) FL = 0,707 \times 12\text{N} \times 0,75\text{m} = 6,4\text{Nm}$ [1 μον.]	Μονάδες 2
--	------------------

9. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται δύο τιμόνια A και B. Το τιμόνι A είναι δακτύλιος με ακτίνα $2R$ και μάζα $2M$, ομοιόμορφα κατανεμημένη στην επιφάνειά του. Το τιμόνι B αποτελείται από δύο δακτυλίους με μάζες M , ομοιόμορφα κατανεμημένες σε ακτίνες $2R$ και R . Τα κέντρα των δύο τιμονιών είναι στερεωμένα σε ακλόνητους άξονες. Οι ακτίνες, που συνδέουν τους δακτυλίους με τα κέντρα των τιμονιών, έχουν αμελητέα μάζα. Η ροπή αδράνειας ενός δακτυλίου δίνεται από τη σχέση $I = Mr^2$, όπου M η μάζα του δακτυλίου και r η ακτίνα του. Σε ένα σημείο της εξωτερικής περιφέρειας κάθε τιμονιού ασκείται εφαπτομενική δύναμη μέτρου $|\vec{F}|$.



(α) Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειας των δύο τιμονιών.

(1 μονάδα)

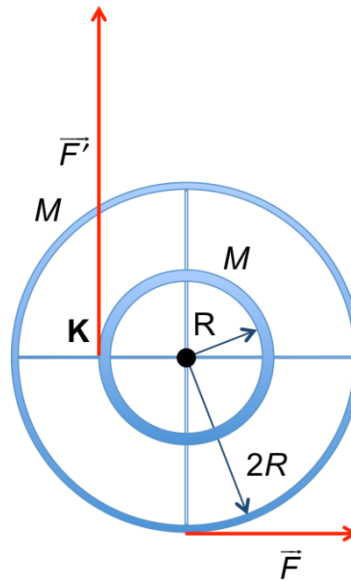
$I_A > I_B$	Μονάδα 1
-------------	-----------------

(β) Να υπολογίσετε τον λόγο των γωνιακών επιταχύνσεων των δύο τιμονιών.

(2 μονάδες)

$\frac{\alpha_{\gamma,A}}{\alpha_{\gamma,B}} = \frac{(\sum M)_A / I_A}{(\sum M)_B / I_B} = \frac{(\vec{F} 2R) I_B}{(\vec{F} 2R) I_A} = \frac{I_B}{I_A} \text{ [1 μον.]}$ $\Rightarrow \frac{\alpha_{\gamma,A}}{\alpha_{\gamma,B}} = \frac{M(2R)^2 + MR^2}{8MR^2} = \frac{5}{8} \text{ [1 μον.]}$	Μονάδες 2
--	------------------

(γ) Σε κάποια χρονική στιγμή εφαρμόζεται στο σημείο K του τιμονιού B μία εφαπτομενική δύναμη \vec{F}' , με μέτρο $|\vec{F}'| = 2|\vec{F}|$ και κατεύθυνση όπως στο επόμενο σχήμα.



Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η κίνηση του τιμονιού.

(2 μονάδες)

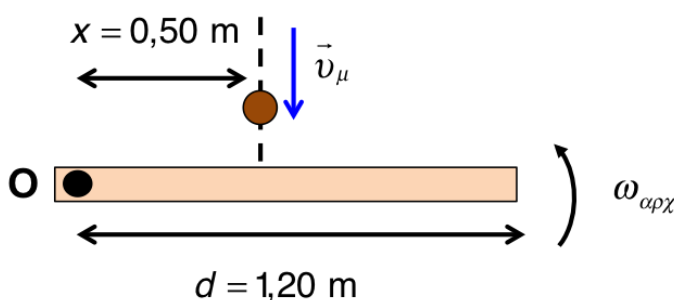
$\alpha_{\gamma,B} = \frac{(\sum M)_B}{I_B} = \frac{(\vec{F} 2R) + (-\vec{F}' R)}{I_B} = \frac{\vec{F} 2R - 2\vec{F} R}{I_B} = 0$ <p style="text-align: right;">[1 μον.]</p> <p>Το τιμόνι θα σταματήσει να επιταχύνεται και θα περιστρέφεται αριστερόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. [1 μον.]</p>	Μονάδες 2
---	------------------

10. Α. Εξαιτίας της κλιματικής αλλαγής, οι πάγοι στους πόλους της Γης λιώνουν σταδιακά. Το νερό, που προκύπτει από την τήξη των πάγων, κατανέμεται στους ωκεανούς. Να εξηγήσετε ποια επίδραση έχει αυτό το φαινόμενο στη διάρκεια του ημερονυχτίου. **(3 μονάδες)**

<p>Η κατανομή του νερού στους ωκεανούς που προκύπτει από την τήξη των πάγων στους πόλους έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της ροπής αδράνειας της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από τους δύο πόλους της. [1 μον.]</p> <p>Επειδή η στροφορμή της Γης διατηρείται σταθερή κατά μήκος του άξονα περιστροφής, η γωνιακή ταχύτητα της θα μειωθεί (η περίοδος περιστροφής θα αυξηθεί). [1 μον.]</p> <p>Επομένως, η διάρκεια του ημερονυχτίου θα μεγαλώσει. [1 μον.]</p>	Μονάδες 3
--	------------------

Β. Το επόμενο σχήμα απεικονίζει την κάτοψη μιας πόρτας με μάζα $m_{\Pi} = 25,0 \text{ kg}$ και πλάτος $d = 1,20 \text{ m}$. Αρχικά η πόρτα περιστρέφεται αριστερόστροφα με γωνιακή ταχύτητα $\omega_{\alpha\rho\chi} = 0,5 \text{ rad/s}$ γύρω από τον άξονα περιστροφής **Oz** που είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας και διέρχεται από το σημείο **O**. Η ροπή αδράνειας της πόρτας ως προς τον άξονα περιστροφής **Oz** είναι ίση με $I = \frac{1}{3}m_{\Pi}d^2$. Μία μπάλα μάζας $m_M = 1,0 \text{ kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_{\mu} = 2,0 \text{ m/s}$ και συγκρούεται κάθετα με την πόρτα, σε απόσταση $x = 0,50 \text{ m}$ από τον άξονα περιστροφής **Oz**. Η

ΚΑΤΟΨΗ



σύγκρουση θεωρείται στιγμιαία.

Μετά τη σύγκρουση, η ταχύτητα της μπάλας αποκτά αντίθετη φορά από την αρχική ταχύτητα και μέτρο $v_{\mu}/4$.

Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της πόρτας μετά τη σύγκρουση και να καθορίσετε την κατεύθυνση περιστροφής της (δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα).

(4 μονάδες)

Η σύγκρουση της μπάλας με την πόρτα θεωρείται στιγμιαία, επομένως η στροφορμή του συστήματος μπάλα – πόρτα διατηρείται σταθερή.

$$\sum M_{\epsilon\xi\omega,z} = \frac{\Delta L_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{\Delta t}, \quad \Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \sum M_{\epsilon\xi\omega,z} = 0 \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\Rightarrow \sum L_{\tau\epsilon\lambda,z} = \sum L_{\alpha\rho\chi,z} \Rightarrow L_{\alpha\rho\chi}^{\Pi} + L_{\alpha\rho\chi}^M = L_{\tau\epsilon\lambda}^{\Pi} + L_{\tau\epsilon\lambda}^M \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\Rightarrow I_{\Pi}\omega_{\alpha\rho\chi} + (-m_M x v_{\mu}) = I_{\Pi}\omega_{\tau\epsilon\lambda} + (m_M x v_{\mu}/4) \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\omega_{\tau\epsilon\lambda} = \omega_{\alpha\rho\chi} - \frac{5m_M x v_{\mu}}{4I_{\Pi}} = \omega_{\alpha\rho\chi} - \frac{15m_M x v_{\mu}}{4m_{\Pi}d^2}$$

$$\omega_{\tau\epsilon\lambda} = 0,5 \text{ rad/s} - \frac{15 \times 1,0 \text{ kg} \times 0,50 \text{ m} \times 2,0 \text{ m/s}}{4 \times 25,0 \text{ kg} \times (1,20 \text{ m})^2} = 0,4 \text{ rad/s}$$

[1 μον.]

Μονάδες 4

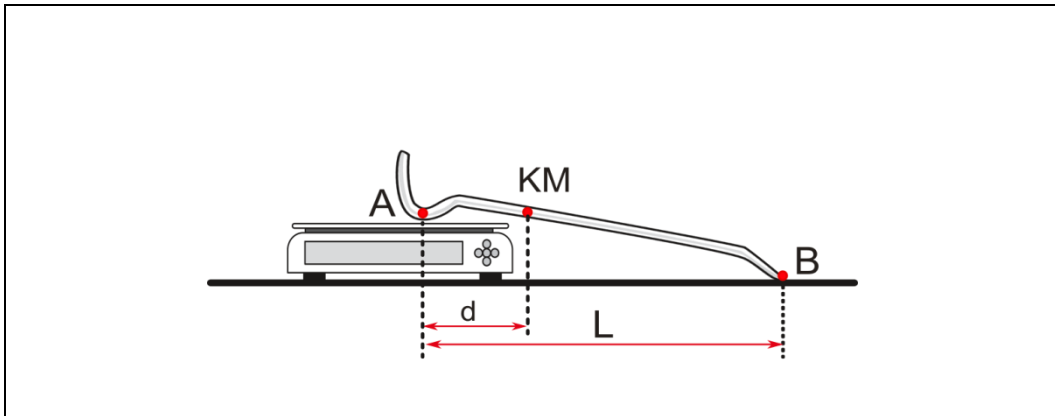
Γ. Ποιο θα έπρεπε να είναι το ελάχιστο μέτρο U_m της ταχύτητας της μπάλας μόλις πριν τη σύγκρουση, έτσι ώστε μετά τη σύγκρουση η φορά περιστροφής της πόρτας να αντιστραφεί; (Να θεωρήσετε πάλι ότι μετά τη σύγκρουση η ταχύτητα της μπάλας αποκτά αντίθετη φορά και μέτρο $U_m/4$). **(3 μονάδες)**

<p>Το ελάχιστο μέτρο U_m της ταχύτητας της μπάλας μόλις πριν τη σύγκρουση, προκύπτει από τη σχέση $W_{tel} = 0$. [1 μον.]</p> $\omega_{\tau el} = \omega_{\alpha\rho\chi} - \frac{5m_M x v_\mu}{4I_\Pi} = 0 \Rightarrow v_\mu = \frac{4I_\Pi \omega_{\alpha\rho\chi}}{5m_M x} = \frac{4M_\Pi d^2 \omega_{\alpha\rho\chi}}{15m_M x}$ <p style="text-align: right;">[1 μον.]</p> $\Rightarrow v_\mu = \frac{4 \times 25,0\text{kg} \times (1,20\text{m})^2 \times 0,5\text{rad/s}}{15 \times 1,0\text{kg} \times 0,50\text{m}} = 9,6\text{m/s} \quad \textbf{[1 μον.]}$	Μονάδες 3
---	------------------

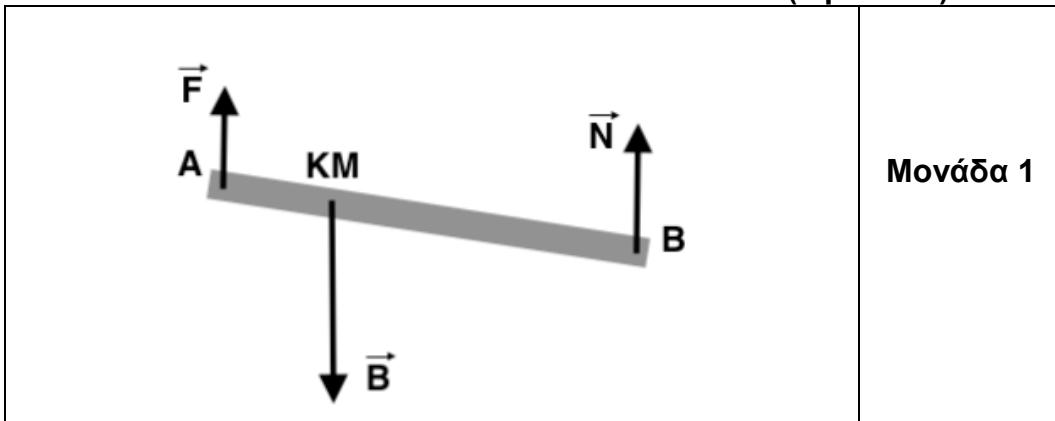
11. **A.** Να γράψετε τις δύο αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας στερεού σώματος. **(2 μονάδες)**

<p>1. Αφού το ΚΜ του σώματος ηρεμεί, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων μηδενίζεται: $\sum \vec{F}_{\epsilon\xi\omega\tau} = \vec{0}$. [1 μον.]</p> <p>2. Αφού το σώμα δεν περιστρέφεται, έχει μηδενική γωνιακή ταχύτητα. Το άθροισμα των εξωτερικών ροπών στο σώμα μηδενίζεται ως προς οποιοδήποτε σημείο του χώρου: $\sum \vec{M}_{\epsilon\xi\omega\tau} = \vec{0}$. [1 μον.]</p>	Μονάδες 2
---	------------------

B. Ο λοστός του επόμενου σχήματος έχει μάζα $M = 1,35\text{kg}$ και ισορροπεί ακουμπώντας στο σημείο Α της ζυγαριάς και στο σημείο Β της λείας επιφάνειας του τραπεζιού. Η απόσταση ανάμεσα στα σημεία Α και Β είναι $L = 90,0\text{cm}$. Το κέντρο μάζας (ΚΜ) του λοστού βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d = L/3$ από το σημείο Α.



(α) Να σχεδιάσετε στο τετράδιο σας το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τον λοστό. (1 μονάδα)



Μονάδα 1

(β) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις από τη ζυγαριά και το έδαφος στον λοστό. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 9,81\text{m/s}^2$. (2 μονάδες)

Εφαρμόζουμε την δεύτερη συνθήκη στατικής ισορροπίας ως προς το σημείο B:

$$\sum M_{\varepsilon\zeta\omega\tau} = 0 \Rightarrow -|\vec{F}| \times L + |\vec{B}|(L - d) = 0 \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{Mg(L - d)}{L}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{Mg(L - L/3)}{L} = \frac{2}{3}Mg = \frac{2}{3} \times 1,35\text{kg} \times 9,81\text{m/s}^2 = 8,83\text{N}$$

[1 μον.]

Από την πρώτη συνθήκη στατικής ισορροπίας:

$$\sum F_{\varepsilon\zeta\omega\tau} = 0 \Rightarrow F + B + N = 0 \Rightarrow N = -F - B \Rightarrow |\vec{N}| = |\vec{B}| - |\vec{F}|$$

$$\Rightarrow |\vec{N}| = |\vec{B}| - |\vec{F}| = Mg - \frac{2}{3}Mg = \frac{1}{3}Mg = 4,41\text{N} \text{ [1 μον.]}$$

Μονάδες 2

(γ) Να υπολογίσετε την ένδειξη της ζυγαριάς.

(2 μονάδες)

	Μονάδες 2
--	-----------

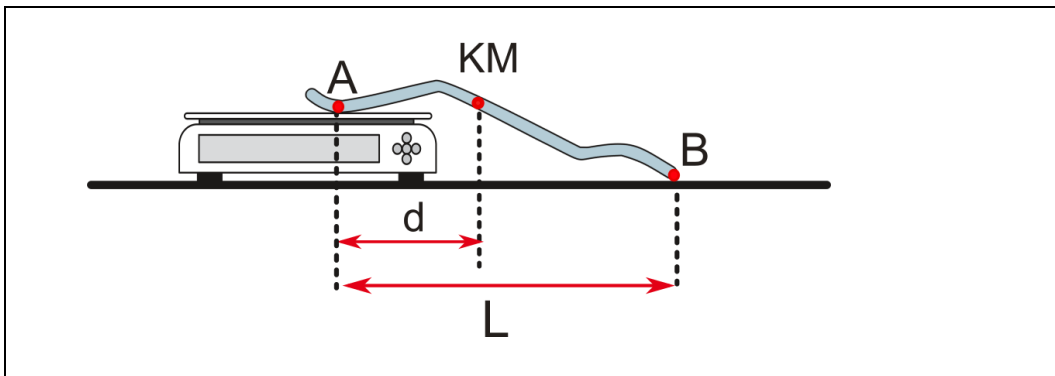
Στη ζυγαριά ασκείται η δύναμη \vec{F}' από το λοστό στο σημείο A (ζεύγος δράσης – αντίδρασης με την δύναμη \vec{F} από τη ζυγαριά στο λοστό). Επομένως $|\vec{F}'| = |\vec{F}|$. [1 μον.]

Η ένδειξη της ζυγαριάς αντιστοιχεί σε φαινομενική μάζα με βάρος ίσο με το μέτρο της δύναμης που ασκείται σε αυτή.

$$|\vec{F}'| = |\vec{F}| \Rightarrow M_{\text{φαιν}} g = \frac{2}{3} Mg \Rightarrow M_{\text{φαιν}} = \frac{2}{3} \times 1,35 \text{ kg} = 0,90 \text{ kg}$$

[1 μον.]

Γ. Ένα άλλο αντικείμενο μάζας $M = 1,20 \text{ kg}$ τοποθετείται στη ζυγαριά με παρόμοιο τρόπο. Η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων A, B είναι $L = 55,0 \text{ cm}$.



Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση d του κέντρου μάζας του αντικειμένου από το σημείο A, εάν η ένδειξη της ζυγαριάς είναι $M_{\text{φαιν}} = 0,50 \text{ kg}$. (3 μονάδες)

Εφαρμόζουμε την δεύτερη συνθήκη στατικής ισορροπίας ως προς το σημείο B:

$$\sum M_{\text{εξωτ}} = 0 \Rightarrow -|\vec{F}| \times L + |\vec{B}|(L - d) = 0 \Rightarrow d = \frac{(Mg - |\vec{F}|)L}{Mg}$$

[1 μον.]

Μονάδες 3

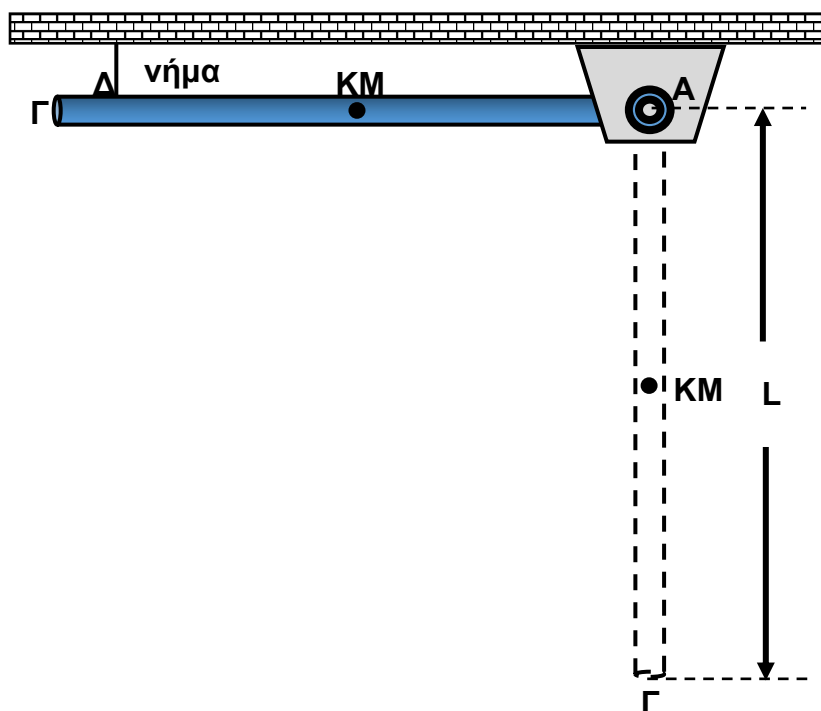
$$|\vec{F}'| = |\vec{F}| = M_{\text{φαιν}} g \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\Rightarrow d = \frac{(Mg - M_{\text{φαιν}} g)L}{Mg} = L \left(1 - \frac{M_{\text{φαιν}}}{M}\right) = 55,0 \text{ cm} \times \left(1 - \frac{0,50 \text{ kg}}{1,20 \text{ kg}}\right)$$

$$\Rightarrow d = 32,1 \text{ cm} \quad [1 \text{ μον.}]$$

12. Μια ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας $M = 3 \text{ kg}$ και μήκους $L = 1,5 \text{ m}$ είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι δεμένο στο σημείο Δ της ράβδου. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής, που διέρχεται από το άκρο της Α, δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{3}ML^2$.

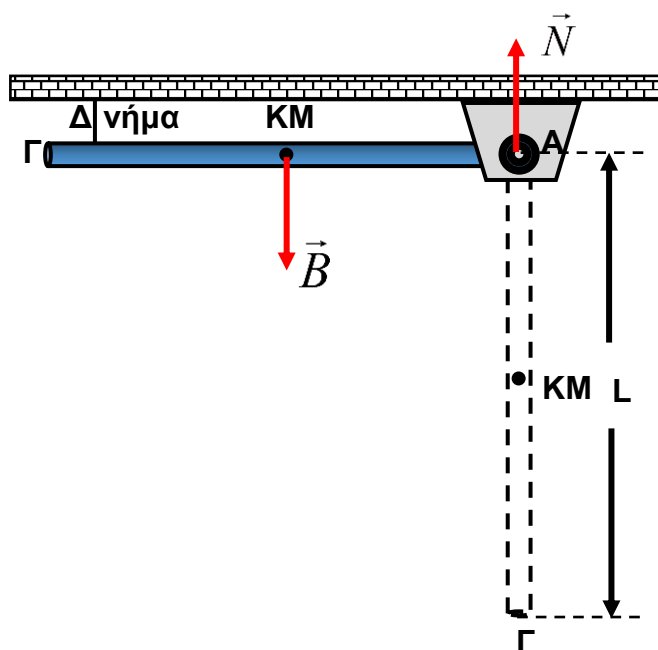


Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα.

(α) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα. (1μονάδα)

Ορθός σχεδιασμός δυνάμεων.

1 μον.



(Στη ράβδο ασκούνται το βάρος της ράβδου με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας (KM) της και η δύναμη από την άρθρωση, η οποία είναι κατακόρυφη.)

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη χρονική στιγμή της έναρξης της κίνησής της.

Η ροπή της δύναμης της άρθρωσης ως προς τον άξονα που διέρχεται από την άρθρωση είναι μηδέν. Άρα, στη ράβδο προκαλεί ροπή ως προς τον άξονα που διέρχεται από την άρθρωση μόνο η δύναμη του βάρους. Επομένως,

$$\Sigma M_{\text{Αεξωτ}} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \left| \vec{B} \right| \frac{L}{2} = \frac{1}{3} ML^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} = \frac{1}{3} ML^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g}{2L} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 9,81 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad [1 \text{ μον.}]$$

2 μον.

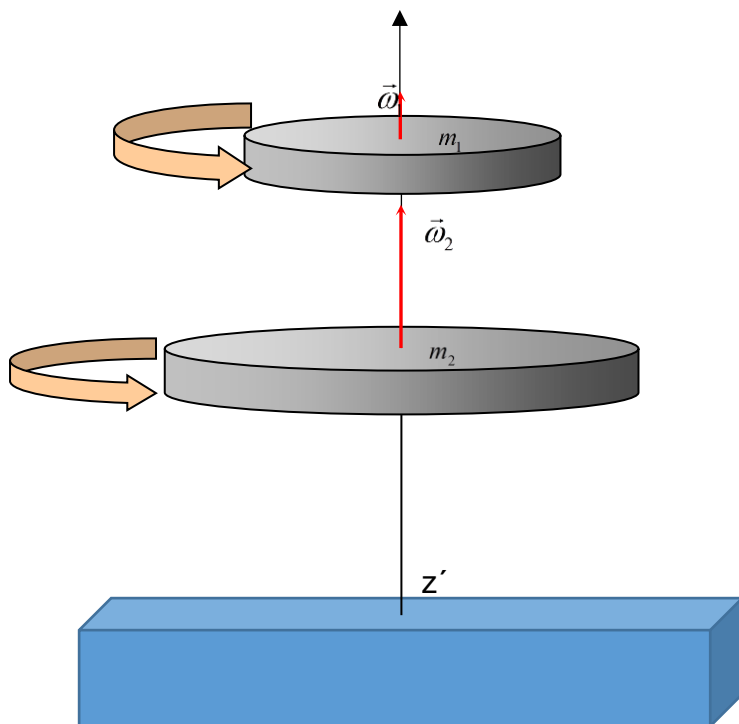
(γ) Να εξηγήσετε πόση θα είναι η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Στην κατακόρυφη θέση η ροπή του βάρους ως προς τον άξονα που διέρχεται από την άρθρωση είναι μηδέν, άρα $\Sigma M_{\text{Αεξωτ}} = 0$ [1 μον.]

άρα $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$ [1 μον.]

2 μον.

13. Οι δύο ομογενείς δίσκοι του σχήματος είναι οριζόντιοι και περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα zz' που διέρχεται από το ΚΜ τους με γωνιακές ταχύτητες $\omega_1 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και $\omega_2 = 40 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Οι ροπές αδράνειας των δύο δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής zz' είναι $I_1 = 0,2 \text{ kgm}^2$ και $I_2 = 0,4 \text{ kgm}^2$ αντίστοιχα. Κάποια στιγμή ο δίσκος μάζας m_1 αφήνεται να πέσει πάνω στον δίσκο μάζας m_2 . Οι δύο δίσκοι έρχονται σε επαφή με αποτέλεσμα να αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα.



(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής στροφορμής του συστήματος των δύο δίσκων.

$\vec{L}_{\alpha\rho\chi,z} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 \Rightarrow \vec{L}_{\alpha\rho\chi,z} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 \Rightarrow$ $ \vec{L}_{\alpha\rho\chi,z} = 0,2 \text{ kg m}^2 \times 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} + 0,4 \text{ kg m}^2 \times 40 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 18 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	1 μον.
--	---------------

(β) Να υπολογίσετε την τελική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των δύο δίσκων.

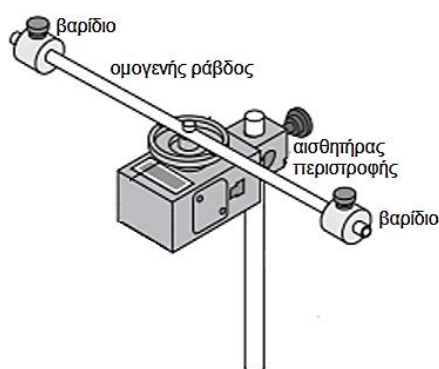
$\Sigma M_{\epsilon\zeta\omega\tau,z} = 0 \Rightarrow L_{\alpha\rho\chi,z} = L_{\tau\epsilon\lambda,z} \Rightarrow I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_1 \omega_\kappa + I_2 \omega_\kappa = (I_1 + I_2) \omega_\kappa$ <p style="text-align: right;">[1 μον.]</p>	2 μον.
---	---------------

$\Rightarrow \omega_{\kappa} = \frac{I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2}{I_1 + I_2} = \frac{18 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{0,6 \text{ kgm}^2} = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [1 \text{ μον.}]$	
---	--

(γ) Να εξηγήσετε γιατί δεν διατηρείται ξεχωριστά η στροφορμή του κάθε δίσκου κατά μήκος του άξονα zz' .

<p>Ανάμεσα στους δύο δίσκους αναπτύσσονται δυνάμεις κινητικής τριβής μέχρι να αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα. [1 μον.]</p> <p>Οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές στο σύστημα των δύο δίσκων, και εξωτερικές στον κάθε δίσκο ξεχωριστά. Επομένως, όταν θεωρούμε ξεχωριστά τον κάθε δίσκο, υπάρχουν μη μηδενικές εξωτερικές ροπές ως προς το κέντρο του δίσκου που μεταβάλλουν την στροφορμή των δίσκων. [1 μον.]</p>	2 μον.
--	---------------

14. Δυο όμοια μικρά βαράκια μάζας $m_{\beta} = 75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ το καθένα, στερεώνονται σε απόσταση 0,18 m εκατέρωθεν του μέσου μιας ομογενούς ράβδου μάζας $M = 27 \times 10^{-3} \text{ kg}$ και μήκους $L = 0,38 \text{ m}$. Η ράβδος προσαρμόζεται σε αισθητήρα περιστροφικής κίνησης όπως φαίνεται στην πειραματική διάταξη του σχήματος. Το σύστημα ράβδος-βαράκια μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσο της ράβδου. Η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{12} ML^2$.



(α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – βαράκια ως προς τον άξονα περιστροφής του, θεωρώντας τα βαράκια υλικά σημεία.

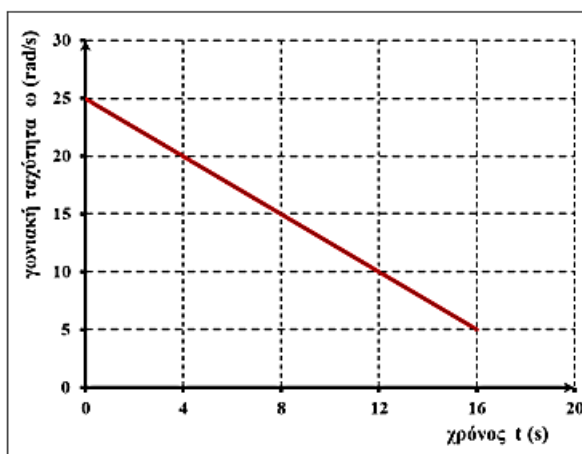
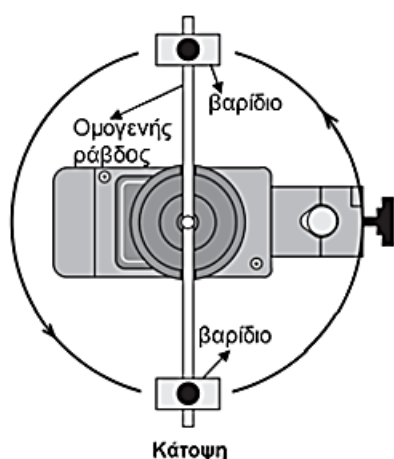
$$I_{\text{συστ}} = I_{\rho} + m_{\beta} r^2 + m_{\beta} r^2 = \frac{1}{12} M L^2 + 2 m_{\beta} r^2 \quad [1 \text{ μον.}]$$

$$\Rightarrow I_{\text{συστ}} = \frac{1}{12} \times 27 \times 10^{-3} \text{ kg} \times (38 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + 2 \times 75 \times 10^{-3} \text{ kg} \times (0,18 \text{ m})^2$$

$$\Rightarrow I_{\text{συστ}} = 5,2 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2 \quad [1 \text{ μον.}]$$

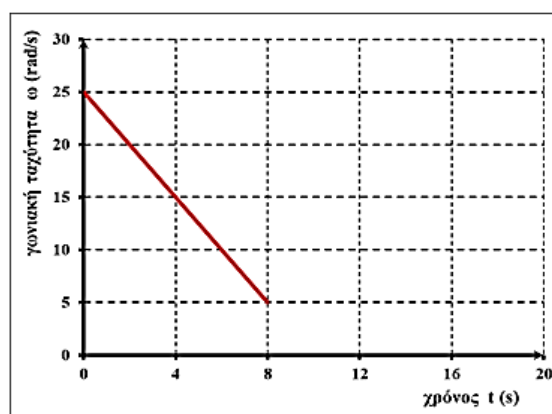
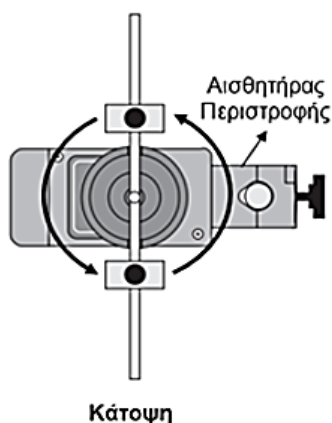
2 μον.

(β) Θέτουμε το σύστημα ράβδος – βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή και το αφήνουμε ελεύθερο να περιστρέφεται, όπως φαίνεται στο σχήμα Α. Στον άξονα περιστροφής ασκείται τριβή, η οποία είναι συνεχώς σταθερή. Στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή, παίρνουμε τη γραφική παράσταση, $\omega = f(t)$, της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος – βαράκια σε σχέση με τον χρόνο που φαίνεται στο σχήμα Α.



Σχήμα Α

Μεταφέρουμε και στερεώνουμε τα βαράκια πιο κοντά στον άξονα περιστροφής, όπως φαίνεται στο σχήμα Β, και επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα θέτοντας το σύστημα ράβδος – βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή με την ίδια αρχική γωνιακή ταχύτητα. Να θεωρήσετε ότι η τριβή στον άξονα περιστροφής είναι η ίδια με την τριβή στην προηγούμενη περίπτωση. Να εξηγήσετε γιατί η γραφική παράσταση παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα Β.



Σχήμα Β

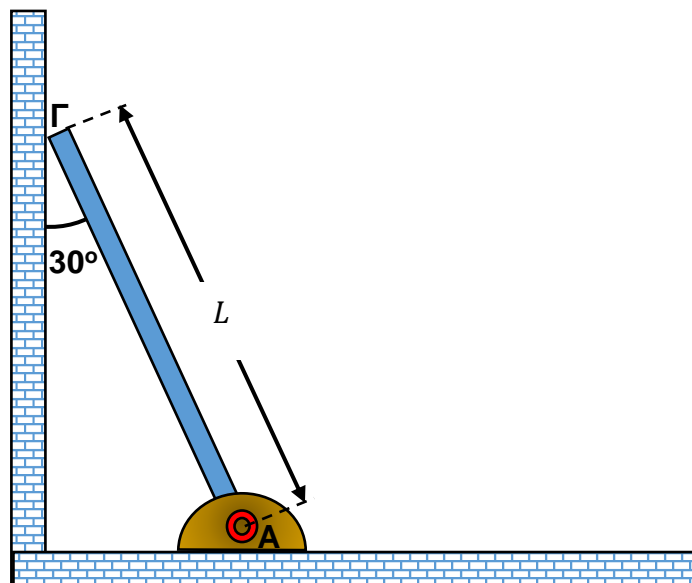
Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση προκύπτει ότι

$$\Sigma M_{\text{εξωτ}} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma M_{\text{εξωτ}}}{I} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{M_f}{I}.$$

Όταν τα βαράκια μεταφερθούν πιο κοντά στον άξονα περιστροφής η ροπή αδράνειας του συστήματος γίνεται μικρότερη **[1 μον.]**. Η ροπή της τριβής από τον άξονα περιστροφής στη ράβδο είναι ίδια **[1 μον.]**. Άρα το σύστημα θα αποκτήσει μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση. Στη γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας – χρόνου η κλίση είναι ίση με τη γωνιακή επιτάχυνση ($\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$) και επομένως η γραφική παράσταση θα είναι ίδιας μορφής αλλά με μεγαλύτερη κλίση. **[1 μον.]**

3 μον.

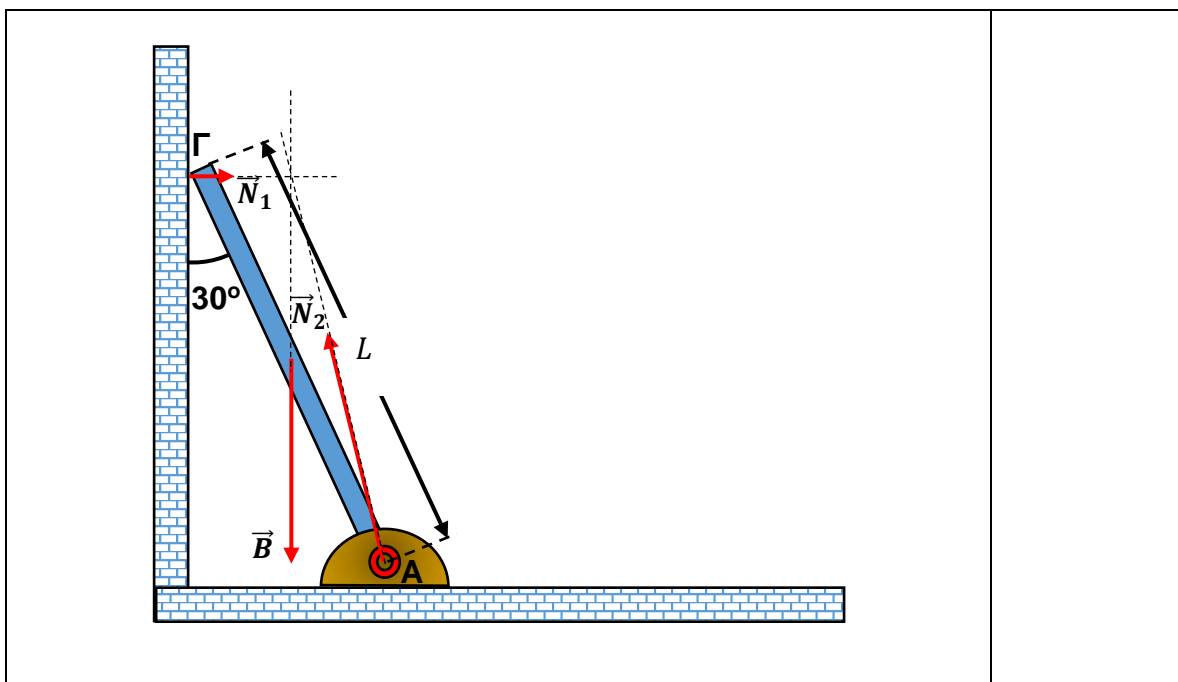
15. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μια ομογενής ράβδος ΑΓ, μάζας $m = 2 \text{ kg}$ και μήκους L . Το άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένο στο πάτωμα με άρθρωση και το άκρο Γ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο.



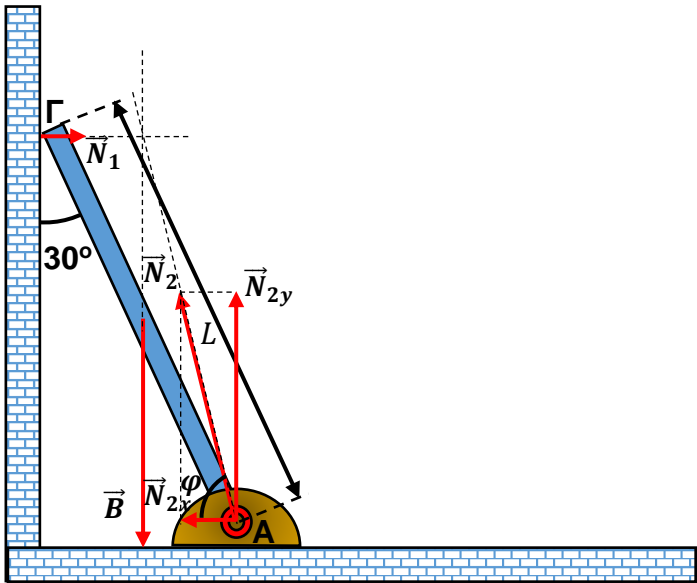
- (α) Να μεταφέρετε το πιο πάνω σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

Ορθός σχεδιασμός και των τριών δυνάμεων **[1μον.]**
Οι φορείς τους να τέμνονται. **[1μον.]** (Στη ράβδο ασκούνται τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις. Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει οι φορείς των δυνάμεων να διέρχονται από το ίδιο σημείο.)

2 μον



(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον κατακόρυφο τοίχο.



3 μον.

Η ράβδος δεν περιστρέφεται. Άρα η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτή είναι ίση με μηδέν. Υπολογίζουμε τις ροπές των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο ως προς το σημείο Α, θεωρώντας ως θετικές τις ροπές οι οποίες τείνουν να περιστρέψουν τη ράβδο αριστερόστροφα.

$$\Sigma M_{\epsilon\zeta\omega\tau,z} = 0 \Rightarrow -|\vec{N}_1|(L\sin 30^\circ) + mg \frac{L}{2} \eta\mu 30^\circ = 0 \quad [1 \text{ μον.}]$$

$ \vec{N}_1 (L\sin 30^\circ) = mg \frac{L}{2} \eta \mu 30^\circ \Rightarrow \vec{N}_1 = \frac{mg}{2} \varepsilon \varphi 30^\circ \quad [1 \text{ μον.}]$ $\Rightarrow \vec{N}_1 = 5,66 \text{ N} \quad [1 \text{ μον.}]$	
---	--

(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης στη ράβδο από την άρθρωση στο σημείο Α.

$\Sigma F_{\varepsilon \xi \omega \tau, x} = 0 \Rightarrow \vec{N}_1 - \vec{N}_{2,x} = 0 \Rightarrow \vec{N}_1 = \vec{N}_{2,x} = 5,66 \text{ N} \quad [1 \text{ μον.}]$ $\Sigma F_{\varepsilon \xi \omega \tau, y} = 0 \Rightarrow \vec{N}_{2,y} - mg = 0 \Rightarrow \vec{N}_{2,y} = mg = 19,62 \text{ N} \quad [1 \text{ μον.}]$ $ \vec{N}_2 = \sqrt{ \vec{N}_{2,x} ^2 + \vec{N}_{2,y} ^2} = \sqrt{(5,66 \text{ N})^2 + (19,62 \text{ N})^2}$ $\Rightarrow \vec{N}_2 = 20,4 \text{ N} \quad [1 \text{ μον.}]$ $\varepsilon \varphi \varphi = \frac{ \vec{N}_{2,y} }{ \vec{N}_{2,x} } = \frac{19,62 \text{ N}}{5,66 \text{ N}} = 3,47 \quad [1 \text{ μον.}]$ $\varphi = \text{τοξ} \varepsilon \varphi(3,47) = 73,9^\circ \quad [1 \text{ μον.}]$	<p>5 μον.</p>
---	----------------------