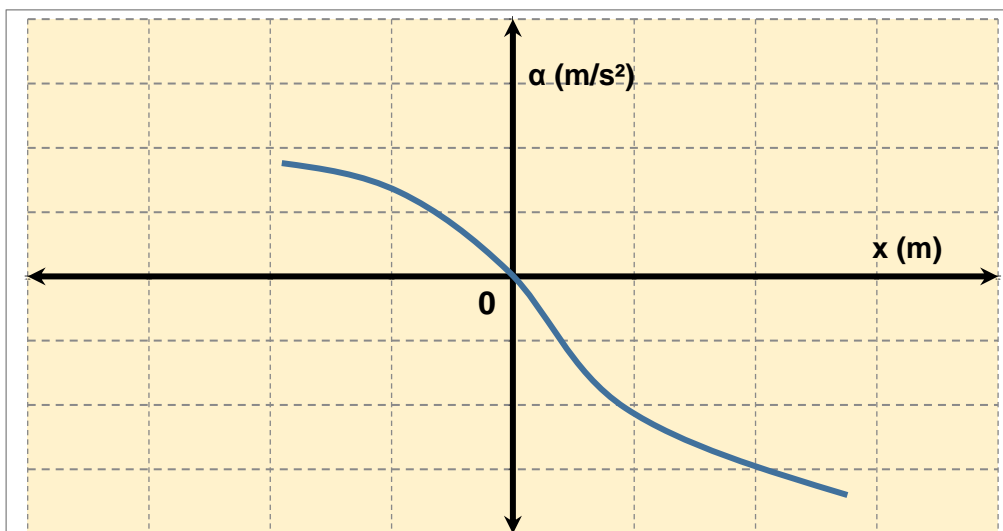


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΩΝ 2018-2019

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

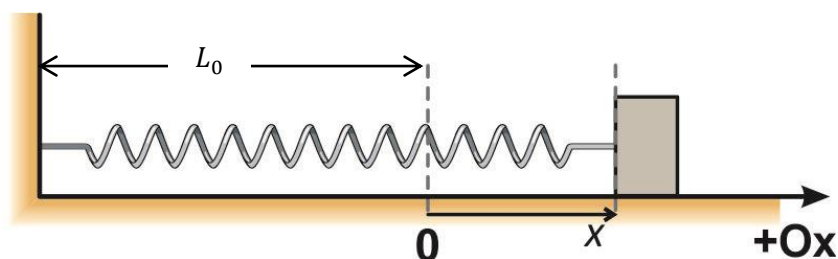
1. (α) Η πιο κάτω γραφική παράσταση δείχνει την επιτάχυνση ενός σώματος, που εκτελεί οριζόντια παλινδρομική κίνηση, σαν συνάρτηση της μετατόπισής του από τη θέση ισορροπίας $x = 0$.



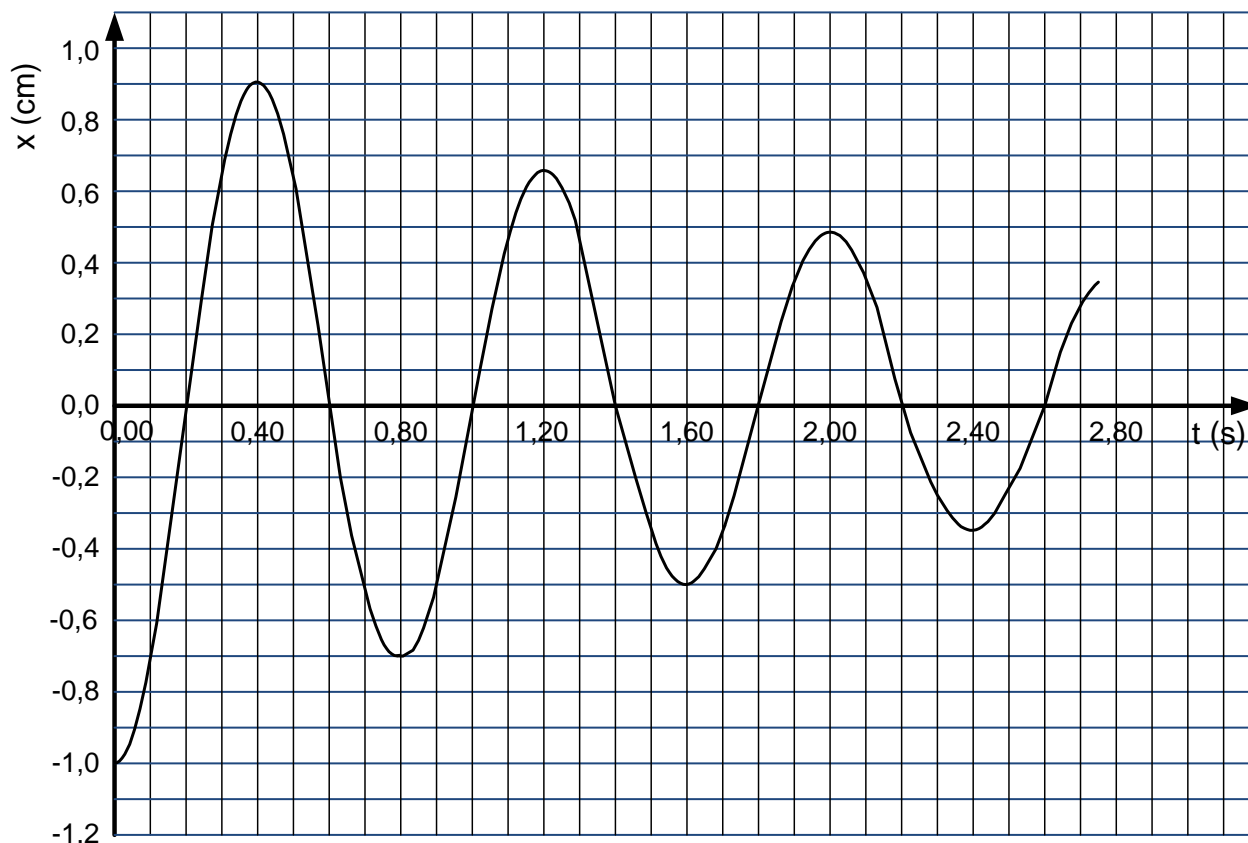
Να γράψετε δύο λόγους για τους οποίους η κίνηση του σώματος δεν μπορεί να είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 2)

- (β) Σώμα που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο αμελητέας μάζας και φυσικού μήκους L_0 , εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε τραχιά οριζόντια επιφάνεια.



Η θέση x του σώματος, σε σχέση με τον χρόνο t φαίνεται στην πιο κάτω γραφική παράσταση.



Αν το σώμα έχει μάζα 120 g, να υπολογίσετε την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος–ελατηρίου κατά τη διάρκεια των δύο πρώτων πλήρων ταλαντώσεών του.

(Μονάδες 3)

2. (α) Να γράψετε δύο χαρακτηριστικά των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων.

(Μονάδες 2)

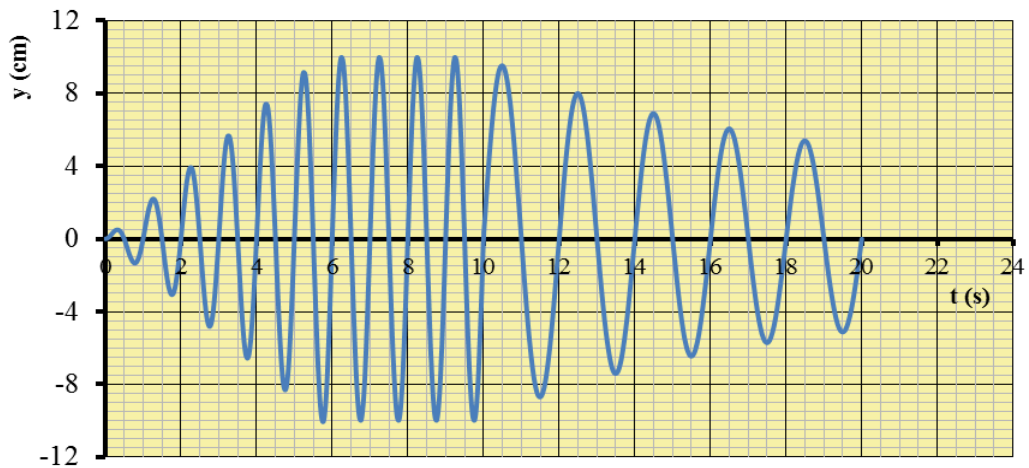
(β) Στο πιο κάτω διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση θέσης – χρόνου ενός σώματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ο διεγέρτης αρχίζει να λειτουργεί τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με σταθερή συχνότητα και αποσυνδέεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s.

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να υπολογίσετε:

- i. τη συχνότητα του διεγέρτη
- ii. την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

(Μονάδα 1)

(Μονάδα 1)

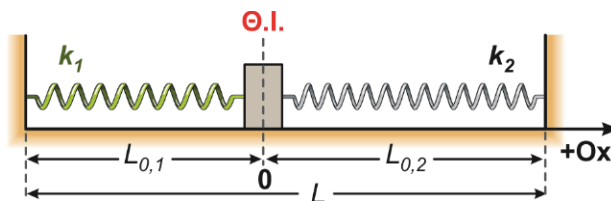


(γ) Να εξηγήσετε αν ο ταλαντωτής βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού κατά τη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

3. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ είναι τοποθετημένο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέεται με δύο αβαρή οριζόντια ελατήρια σταθερών $k_1 = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και $k_2 = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Περιγράψουμε τη θέση του σώματος με τον οριζόντιο άξονα Ox .

Η απόσταση L μεταξύ των κατακόρυφων τοίχων είναι ρυθμισμένη, ώστε και τα δύο ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος, όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0$: $L = L_{0,1} + L_{0,2}$.



Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και το αφήνουμε ελεύθερο.

(α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα σώματος–ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 3)

(β) Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

(γ) Το σώμα αφήνεται από την ηρεμία από τη θέση $x = +0,40 \text{ m}$.

- i. Να υπολογίσετε την ταχύτητά του, όταν διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση $x = -0,20 \text{ m}$.

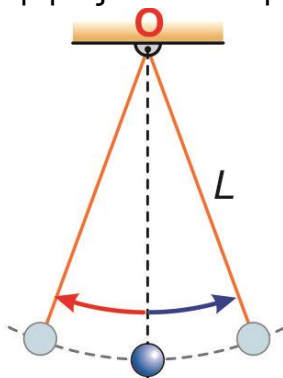
(Μονάδες 2)

- ii. Να σχεδιάσετε στο χιλιοστομετρικό χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεών σας, στο ίδιο γράφημα, τις γραφικές παραστάσεις κινητικής ενέργειας - θέσης και δυναμικής ενέργειας – θέσης για το σύστημα σώματος–ελατηρίων.

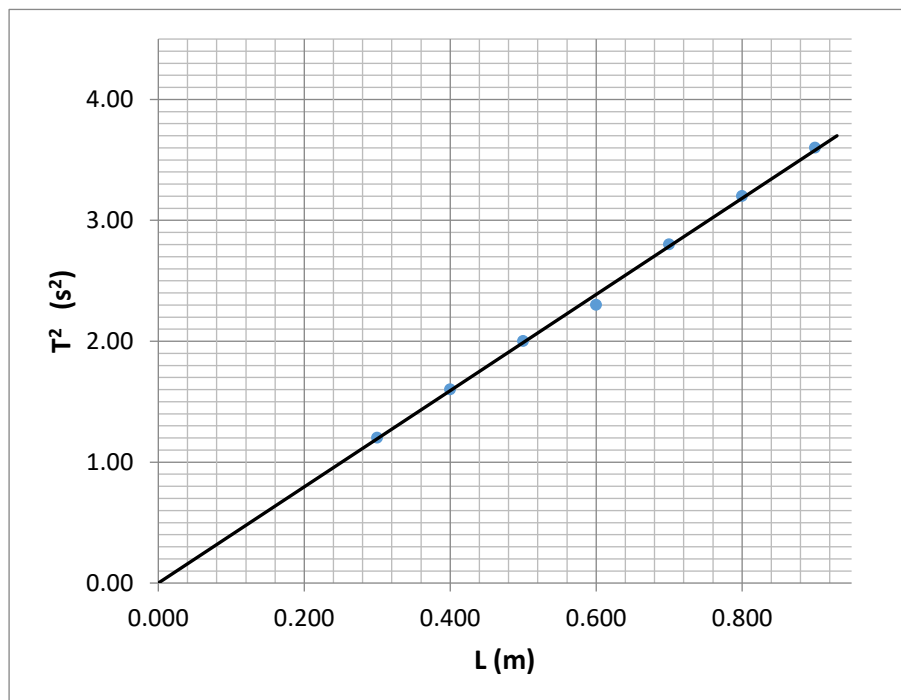
(Μονάδες 4)

4. Οι μαθητές μιας τάξης μελέτησαν πειραματικά τις ταλαντώσεις ενός απλού εκκρεμούς. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η διάταξη που χρησιμοποίησαν.

Οι μαθητές μέτρησαν το μήκος L του εκκρεμούς και τη χρονική διάρκεια 20 πλήρων



ταλαντώσεων. Επανέλαβαν τη διαδικασία για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στη συνέχεια χάραξαν τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος L του εκκρεμούς, $T^2 = f(L)$.



- (α) Να δικαιολογήσετε τη μορφή της γραφικής παράστασης.

(Μονάδες 2)

(β) Να χρησιμοποιήσετε τη γραφική παράσταση για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

(Μονάδες 3)

Η απάντησή σας να δοθεί με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

(γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι ο διπλασιασμός του μήκους L του εκκρεμούς θα πρέπει να διπλασιάσει την περίοδο T . Να εξηγήσετε εάν τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν αυτόν τον ισχυρισμό.

(Μονάδα 1)

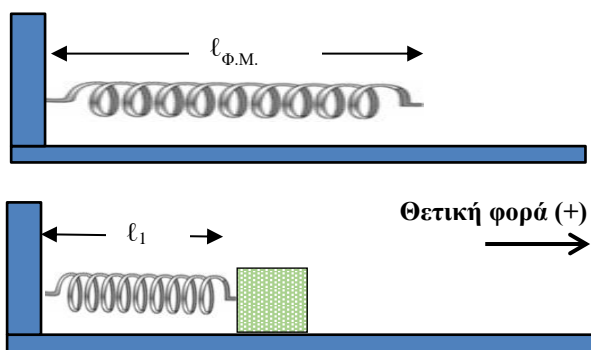
(δ) Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η χρήση εκκρεμούς μεγαλύτερου μήκους οδηγεί σε καλύτερο πειραματικό αποτέλεσμα.

(Μονάδες 2)

(ε) Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η κλίση της γραφικής παράστασης, αν το πείραμα πραγματοποιηθεί στη Σελήνη.

(Μονάδες 2)

5. Ένα σώμα μάζας $0,500 \text{ kg}$ είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη αβαρούς ελατηρίου το οποίο έχει φυσικό μήκος $\ell_{\text{φ.μ.}} = 0,500 \text{ m}$ και σταθερά $k = 200 \text{ N/m}$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Σπρώχνουμε το σώμα, ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί και το μήκος του να γίνει $\ell_1 = 0,300 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

(α) το πλάτος της ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

(β) την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς τη στιγμή που το σώμα αφήνεται ελεύθερο.

(Μονάδες 2)

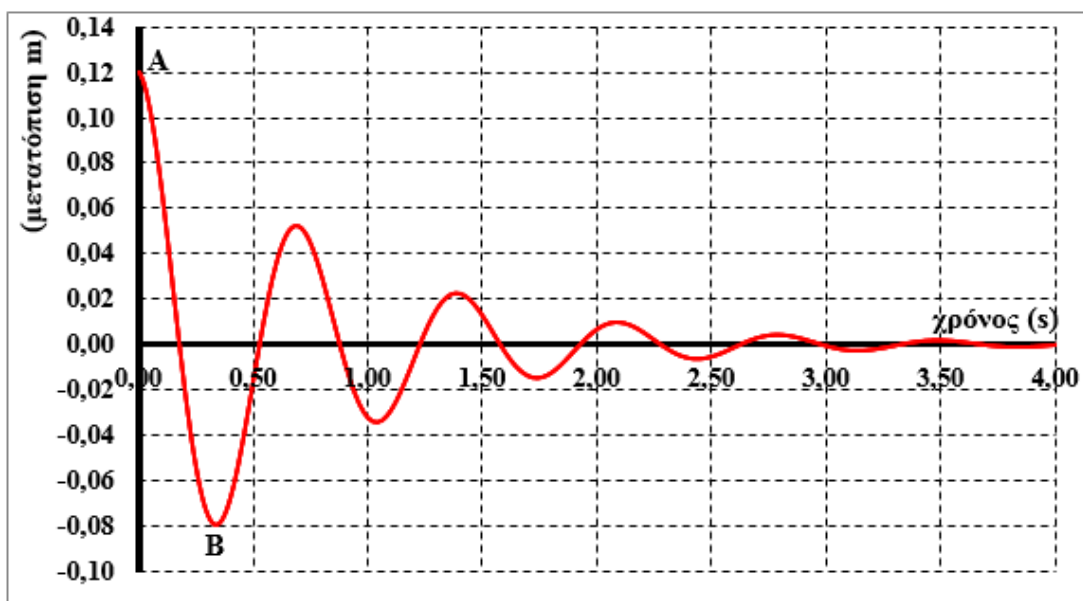
(γ) σε ποιες θέσεις (x) το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $2,65 \text{ m/s}$;

(Μονάδες 2)

6. (α) Να δώσετε τον ορισμό της φθίνουσας ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

(β) Σώμα μάζας m είναι στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς, $k = 100 \text{ N/m}$. Το σώμα εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Στη πιο κάτω γραφική παράσταση φαίνεται η μεταβολή της μετατόπισης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε σχέση με το χρόνο σε μια υποκρίσιμη φθίνουσα ταλάντωση.



- i. Να υπολογίσετε την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος - ελατηρίου στο χρονικό διάστημα μεταξύ των σημείων A και B.

(Μονάδες 2)

- ii. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης οπισθέλκουσας δύναμης που ασκείται από τον αέρα στο σώμα στο χρονικό διάστημα μεταξύ των σημείων A και B.

(Μονάδες 2)

7. (α) Να δώσετε τον ορισμό της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

(Μονάδα 1)

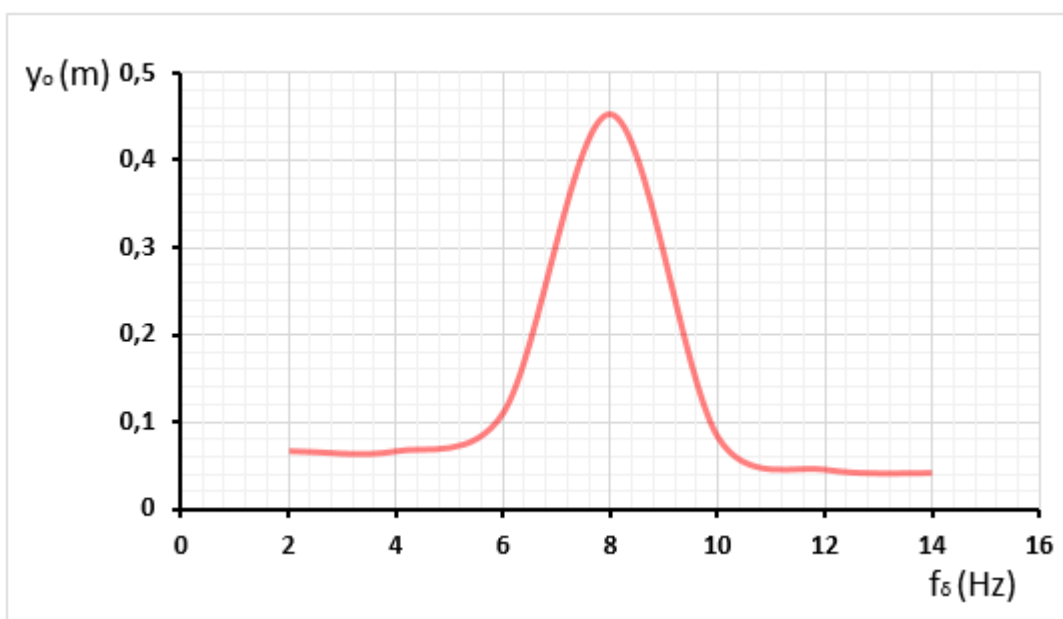
(β) i. Τι ονομάζουμε συντονισμό στις ταλαντώσεις;

(Μονάδα 1)

ii. Να εξηγήσετε πότε συμβαίνει το φαινόμενο του συντονισμού.

(Μονάδα 1)

(γ) Σώμα μάζας m έχει αναρτηθεί στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται σε σχέση με τη συχνότητα του διεγέρτη σύμφωνα με το πιο κάτω διάγραμμα.



i. Να υπολογίσετε τη χαρακτηριστική περίοδο του ταλαντωτή.

(Μονάδα 1)

ii. Ο διεγέρτης δονείται στα 6 Hz. Να αναφέρετε τη συχνότητα του ταλαντωτή.

(Μονάδα 1)

8. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε ένα απλό εκκρεμές για να υπολογίσει πειραματικά την επιτάχυνση της βαρύτητας της Γης. Οι μαθητές άλλαξαν το μήκος ℓ του εκκρεμούς και καταχωρούσαν τις μετρήσεις του χρόνου t δέκα (10) πλήρων ταλαντώσεων στον πιο κάτω πίνακα.

Μήκος νήματος (m)	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)
1,20	21,9
1,40	23,7
1,60	25,3
1,80	26,9
2,00	28,4

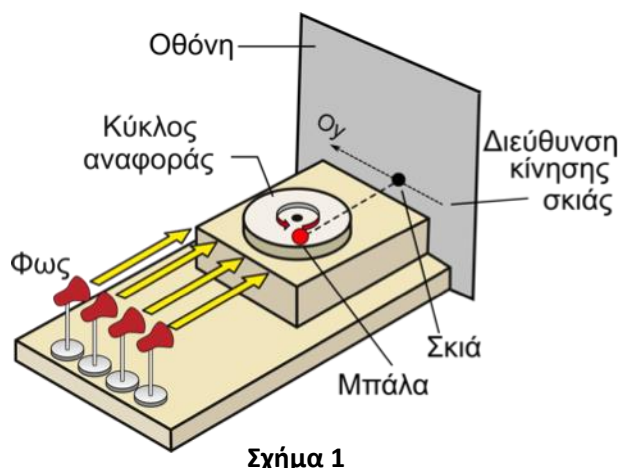
- (α) Να μεταφέρετε τον πιο πάνω πίνακα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να επεξεργαστείτε κατάλληλα τις μετρήσεις για να υπολογίσετε στη συνέχεια την επιτάχυνση της βαρύτητας. **(Μονάδα 1)**

- (β) Να σχεδιάσετε στο τετραγωνισμένο χαρτί, στο τετράδιο απαντήσεών σας, την κατάλληλη γραφική παράσταση για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας. **(Μονάδες 4)**

- (γ) Να υπολογίσετε από τη γραφική παράσταση την επιτάχυνση της βαρύτητας. **(Μονάδες 3)**

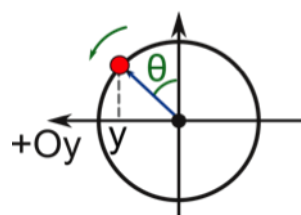
- (δ) Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η ομάδα των μαθητών δεν επέλεξε μήκος του εκκρεμούς να κυμαίνεται από 10 cm μέχρι 30 cm. **(Μονάδες 2)**

9. Η μπάλα στο σχήμα περιστρέφεται αριστερόστροφα σε κύκλο ακτίνας 30,0 cm με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 8,00 rad/s (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή $t = 0$, η προβολή της μπάλας στην οθόνη (σκιά) βρίσκεται στη θέση $y = 20,0$ cm και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση (Σχήμα 2).



Σχήμα 1

Κύκλος αναφοράς
σε κάτοψη

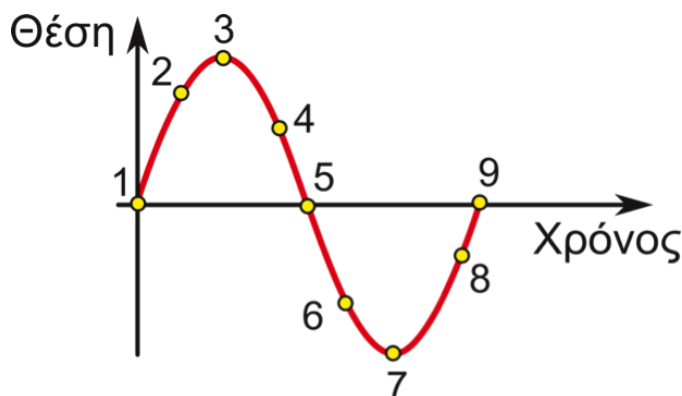


Σχήμα 2

- (α) Να εξαγάγετε την εξίσωση της θέσης (y) της σκιάς σε συνάρτηση με τον χρόνο. **(Μονάδες 3)**

- (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας της σκιάς. **(Μονάδες 2)**

10. Το πιο κάτω σχήμα απεικονίζει το γράφημα θέσης – χρόνου ενός ΑΑΤ.



Να επιλέξετε ένα σημείο από τα σημεία 1 έως 9, στο οποίο:

- (α) Η επιτάχυνση του ταλαντωτή είναι αρνητική και το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.
- (β) Η ταχύτητα του ταλαντωτή είναι αρνητική και το μέτρο της ελαττώνεται.
- (γ) Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας γίνεται ελάχιστη.
- (δ) Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης γίνεται μέγιστη.
- (ε) Να επιλέξετε δύο σημεία, μεταξύ των οποίων η μέση διανυσματική ταχύτητα είναι μηδενική και η μέση διανυσματική επιτάχυνση είναι θετική.

(Μονάδες 5)

11. Η χαρακτηριστική κυκλική συχνότητα ενός απλού εκκρεμούς ισούται με $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Το εκκρεμές εκτελεί ΑΑΤ με απόσβεση, υπό την επίδραση μιας επιπρόσθετης περιοδικής δύναμης $F(t) = F_0 \eta \mu(3\omega_0 t)$.

- (α) Να κατονομάσετε το είδος της ταλάντωσης που εκτελεί το εκκρεμές.

(Μονάδα 1)

- (β) Να γράψετε με ποια κυκλική συχνότητα θα ταλαντώνεται το εκκρεμές.

(Μονάδα 1)

- (γ) Η εξωτερική περιοδική δύναμη αποκτά τη μορφή $F(t) = F_0 \eta \mu(\omega_0 t)$.

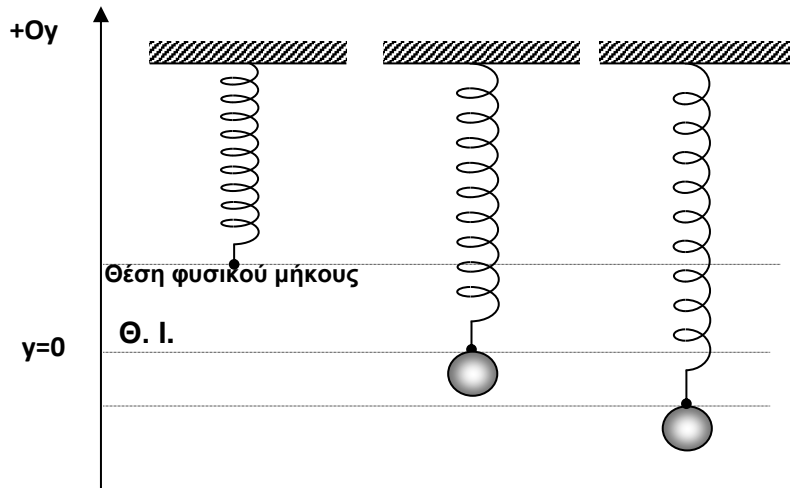
- i. Να γράψετε πως θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς, σε σχέση με το πλάτος ταλάντωσης που προκαλούσε η δύναμη με κυκλική συχνότητα $3\omega_0$. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 2)

- ii. Εάν η εξωτερική δύναμη διατηρήσει τη μορφή $F(t) = F_0 \eta \mu(\omega_0 t)$ αλλά η απόσβεση γίνει μεγαλύτερη, να αναφέρετε πώς θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς.

(Μονάδα 1)

- 12. (α)** Να γράψετε τον ορισμό της απλής αρμονικής ταλάντωσης **(Μονάδα 1)**
(β) Στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς ελατηρίου σταθεράς k είναι προσδεμένη σφαίρα μάζας m . Η σφαίρα απομακρύνεται κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας (Θ . Ι.) της, $y = 0$, όπως φαίνεται στο σχήμα, και αφήνεται ελεύθερη.



Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. **(Μονάδες 4)**

- 13. (α)** Από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ κρέμεται σώμα μάζας 2 kg . Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ασκείται εξωτερική περιοδική κατακόρυφη δύναμη που δίνεται από την εξίσωση $F = 5 \eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$ (S.I.).

Να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή. **(Μονάδες 2)**

(β) Στις 19 Σεπτεμβρίου του 1985 έγινε σεισμός στη πόλη του Μεξικού. Πολλά κτήρια, ύψους 80 m περίπου, κατέρρευσαν, ενώ κτήρια ψηλότερα ή χαμηλότερα παρέμειναν άθικτα. Να χρησιμοποιήσετε τα παρακάτω στοιχεία για να εξηγήσετε τον λόγο για τον οποίο παρατηρήθηκε το φαινόμενο αυτό.

Η περίοδος ταλάντωσης ενός κτηρίου ύψους 80 m είναι $2,0 \text{ s}$.

Η ταχύτητα διάδοσης των σεισμικών κυμάτων είναι $6,0 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Το μέσο μήκος κύματος των σεισμικών κυμάτων είναι $1,22 \times 10^4 \text{ m}$.

(Μονάδες 3)

14. Μια ομάδα μαθητών πραγματοποίησε ένα πείραμα με απλό εκκρεμές. Σκοπός τους ήταν να μετρήσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) χρησιμοποιώντας τη σχέση

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$. Οι μαθητές πραγματοποίησαν επτά διαφορετικές μετρήσεις του χρόνου δέκα (10) ταλαντώσεων του εκκρεμούς και συμπλήρωσαν τον πιο κάτω πίνακα:

Μέτρηση	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)	Μήκος του εκκρεμούς (m)	Μάζα του εκκρεμούς (kg)	Πλάτος της ταλάντωσης (m)
1	20,0	1,00	0,063	0,05
2	20,0	1,00	0,063	0,10
3	20,0	1,00	0,041	0,10
4	22,1	1,20	0,063	0,05
5	23,8	1,40	0,063	0,05
6	25,4	1,60	0,063	0,05
7	27,0	1,80	0,063	0,05

(α) Να γράψετε ποιες από τις μετρήσεις του πιο πάνω πίνακα θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε για να χαράξετε κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 2)

(β) Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεών σας, κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Η απάντησή σας να δοθεί με τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

(Μονάδες 6)

(γ) Οι πιο πάνω μετρήσεις χρόνου πραγματοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου, οι οποίες δόθηκαν από αισθητήρα κίνησης. Μια άλλη ομάδα μαθητών για να μετρήσει τον χρόνο των δέκα περιόδων χρησιμοποίησε χρονόμετρο χειρός με ακρίβεια δέκατου του δευτερολέπτου. Να εξηγήσετε ποια από τις δύο ομάδες μαθητών έχει μετρήσει με μεγαλύτερη ακρίβεια τον χρόνο των δέκα περιόδων.

(Μονάδες 2)