

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΩΝ 2018-2019

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

1. (α) Το τιμόνι ενός αυτοκινήτου περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, υπό την επίδραση ενός ζεύγους δυνάμεων. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι το τιμόνι μπορεί να ακινητοποιηθεί με τη δράση μόνο μιας επιπρόσθετης εξωτερικής δύναμης.

i. Να γράψετε αν είναι σωστός ή λανθασμένος ο ισχυρισμός του μαθητή.

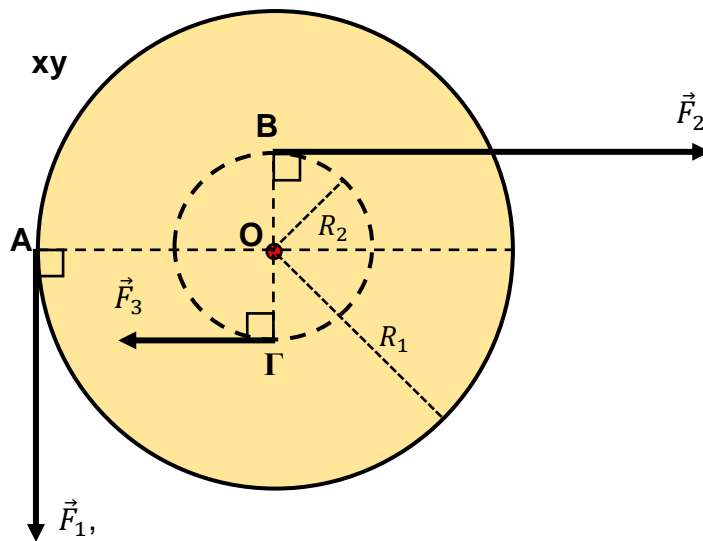
(Μονάδα 1)

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδα 1)

(β) Το πιο κάτω σχήμα απεικονίζει σε κάτοψη έναν δίσκο, ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή πάνω στο επίπεδο xy γύρω από ακλόνητο άξονα Oz , που διέρχεται από το κέντρο του O . Ο άξονας περιστροφής είναι κάθετος στο επίπεδο xy της σελίδας.

Στα σημεία A , B και Γ του δίσκου δρουν οι εξωτερικές δυνάμεις \vec{F}_1 , \vec{F}_2 και \vec{F}_3 αντίστοιχα. Οι



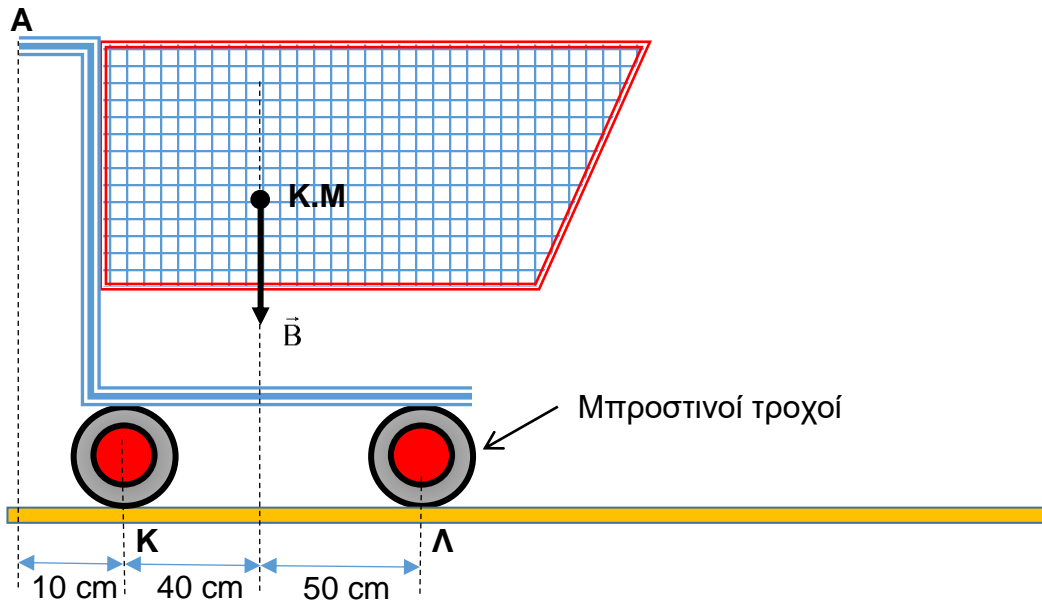
φορείς των δυνάμεων ανήκουν στο επίπεδο xy .

Τα μέτρα των δυνάμεων \vec{F}_1 και \vec{F}_2 είναι: $|\vec{F}_1| = 20 \text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 30 \text{ N}$. Οι δυνάμεις δεν έχουν σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Ο λόγος των ακτίνων είναι $\frac{R_1}{R_2} = 2,5$.

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης \vec{F}_3 , ώστε ο δίσκος να ισορροπεί.

(Μονάδες 3)

2. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα καροτσάκι μιας υπεραγοράς. Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Το βάρος του καροτσιού είναι 160 N.



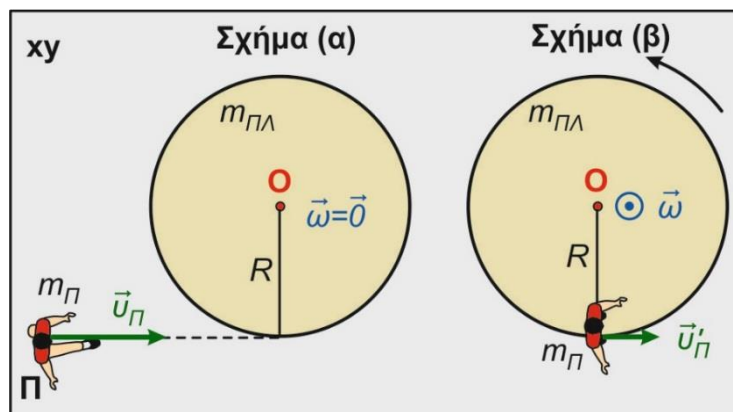
(α) Να διατυπώσετε τις αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας ενός στερεού σώματος.

(Μονάδες 2)

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης δύναμης που πρέπει να εφαρμοστεί κατακόρυφα στο σημείο A για την ανύψωση των μπροστινών τροχών του καροτσιού από το έδαφος.

(Μονάδες 3)

3. Το σχήμα (α) δείχνει σε κάτοψη μία οριζόντια πλατφόρμα μάζας $m_{\pi\lambda}$ και ακτίνας R . Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή γύρω από έναν ακλόνητο κατακόρυφο άξονα Oz, που διέρχεται από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδο xy της σελίδας.



Αρχικά η πλατφόρμα είναι ακίνητη. Ένα παιδί Π μάζας m_{Π} , που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $|\vec{v}_{\Pi}|$, πηδάει στην πλατφόρμα και ακινητοποιείται σε σχέση με αυτήν. Αμέσως μετά, το παιδί και η πλατφόρμα αρχίζουν να περιστρέφονται με κοινή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ (Σχήμα (β)).

(α) Να εξηγήσετε γιατί η στροφορμή της πλατφόρμας κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα Oz δεν διατηρείται. **(Μονάδες 2)**

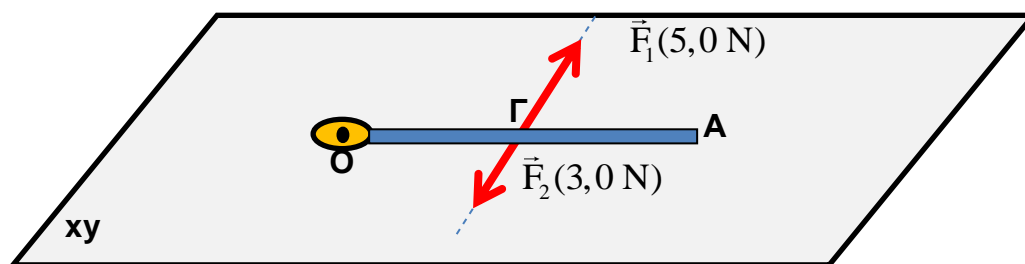
(β) Να γράψετε πώς μεταβάλλεται η στροφορμή (μέτρο και κατεύθυνση) του παιδιού κατά μήκος του άξονα Oz . Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 3)

4. (α) Να διατυπώσετε το θεώρημα των ροπών.

(Μονάδα 1)

(β) Μια ράβδος OA μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια πάνω στο επίπεδο xy γύρω από το σημείο O . Στο σημείο Γ , στο μέσο της ράβδου, ασκούνται δύο δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 κάθετα σε αυτή, οι οποίες ανήκουν στο επίπεδο xy , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



i. Να εξηγήσετε αν μπορείτε να εφαρμόσετε το θεώρημα των ροπών.

(Μονάδα 1)

ii. Το μήκος της ράβδου είναι 2,0 m. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής των δύο δυνάμεων ως προς το σημείο O .

(Μονάδες 2)

iii. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της συνολικής ροπής των δύο δυνάμεων.

(Μονάδα 1)

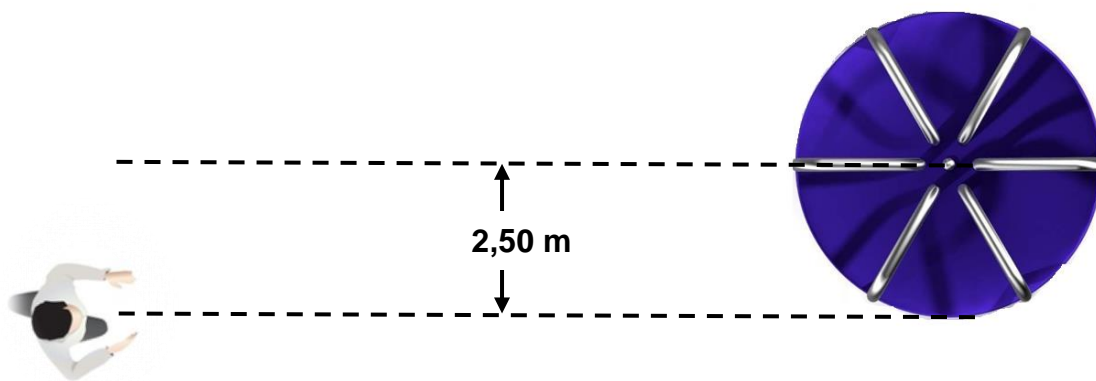
5. (α) Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

(Μονάδα 1)

(β) Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η κάτοψη ενός μαθητή μάζας $m_{\mu} = 75,0 \text{ kg}$ που κινείται με σταθερή ταχύτητα $|\vec{v}_{\mu}| = 3,00 \text{ m/s}$ προς την πλατφόρμα ακτίνας $R = 2,50 \text{ m}$. Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ένα ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Η πλατφόρμα αρχικά είναι ακίνητη και ο μαθητής μόλις ανεβεί στην πλατφόρμα σταματά να βαδίζει.

i. Να υπολογίσετε την αρχική στροφορμή του συστήματος πλατφόρμας – μαθητή ως προς τον άξονα της πλατφόρμας.

(Μονάδες 2)



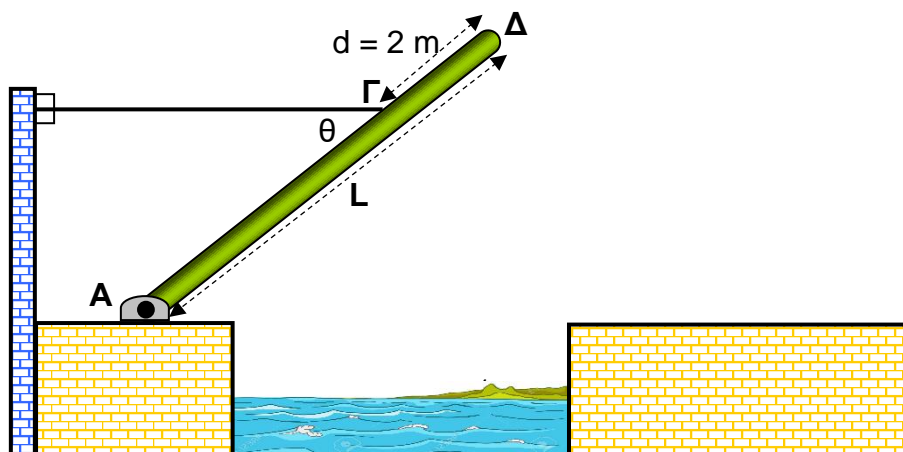
ii. Εάν η μάζα της πλατφόρμας είναι $M = 450 \text{ kg}$ και η ροπή αδράνειάς της δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{2}MR^2$ να υπολογίσετε την κοινή γωνιακή ταχύτητα πλατφόρμας – μαθητή.

(Μονάδες 2)

6. (α) Να διατυπώσετε τις αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας ενός στερεού σώματος.

(Μονάδες 2)

(β) Η ομογενής μεταλλική γέφυρα ΑΔ έχει μήκος $L = 8,0 \text{ m}$ και μάζα $m_{\gamma} = 2500 \text{ kg}$. Η γέφυρα μπορεί να περιστρέφεται μέσω άρθρωσης ως προς το άκρο της Α. Στο σημείο Γ η γέφυρα είναι συνδεδεμένη με τεντωμένο σύρμα που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ όπως φαίνεται στο κάτω σχήμα. Η γέφυρα βρίσκεται σε στατική ισορροπία.



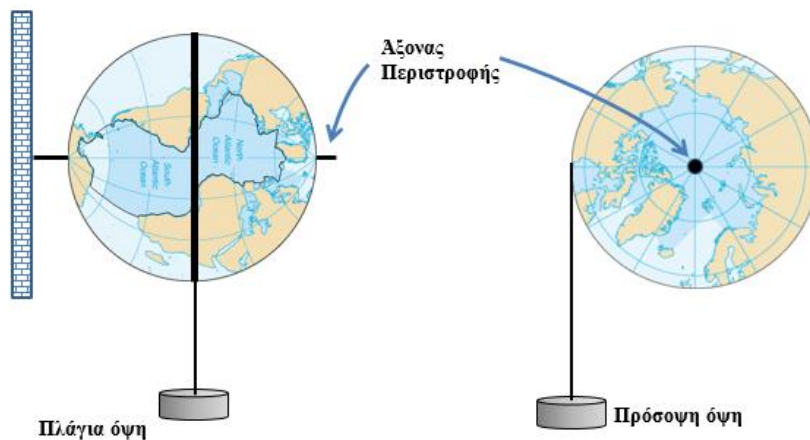
i. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του σύρματος $|\vec{T}|$. **(Μονάδες 4)**

ii. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $|\vec{F}|$ που ασκείται από την άρθρωση στο σημείο A της γέφυρας.

(Μονάδες 3)

iii. Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η δύναμη \vec{F} με την κατακόρυφη διεύθυνση. **(Μονάδα 1)**

7. Η υδρόγειος σφαίρα του πιο κάτω σχήματος έχει ακτίνα $R = 0,40 \text{ m}$ και μάζα $M = 0,750 \text{ kg}$ και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα. Γύρω από τον Ισημερινό της Γης έχουμε περιτυλίξει αβαρές νήμα και στο ελεύθερο άκρο έχουμε αναρτήσει βαρίδιο μάζας $m = 0,200 \text{ kg}$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Αφήνοντας το βαρίδιο ελεύθερο η υδρόγειος σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται.



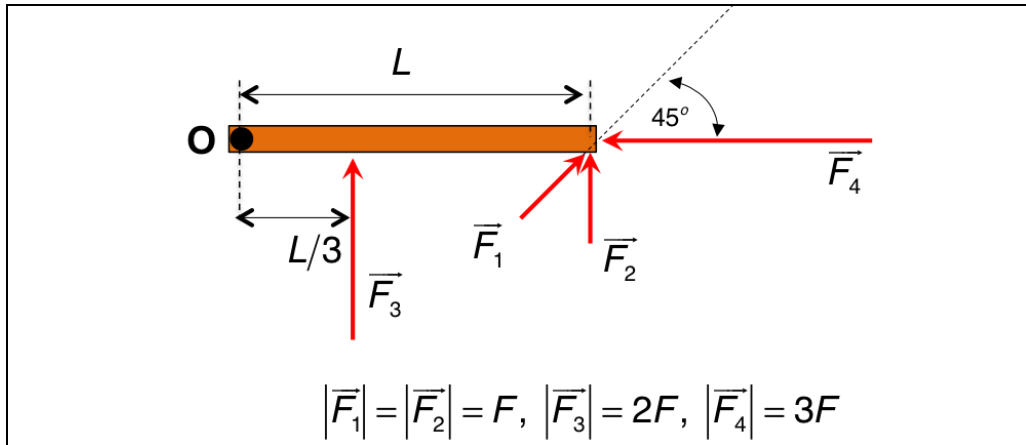
(α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κατεβαίνει το βαρίδιο αν το νήμα δεν ολισθαίνει στην υδρόγειο σφαίρα. Η υδρόγειος σφαίρα είναι σφαιρικός φλοιός και η ροπή αδράνειάς της δίνεται από την σχέση $I_{\text{σφ.φλ}} = \frac{2}{3}MR^2$ **(Μονάδες 6)**

(β) Να εξηγήσετε τι θα συμβεί στην επιτάχυνση του βαριδίου αν διπλασιαστεί η ακτίνα της υδρογείου σφαίρας.

(Μονάδες 2)

(γ) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της υδρογείου σφαίρας τη χρονική στιγμή $t = 5,0 \text{ s}$. **(Μονάδες 2)**

8. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται ένα άκαμπτο λεπτό ραβδί μήκους L , το οποίο εφάπτεται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (παράλληλο με το επίπεδο της σελίδας). Το ραβδί μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο του O . Στο ραβδί ασκούνται τέσσερις οριζόντιες δυνάμεις, όπως φαίνεται στο σχήμα.



(α) Να κατατάξετε τις ροπές των δυνάμεων ως προς το σημείο **O** κατά αύξουσα σειρά ως προς το μέτρο τους (από το μικρότερο στο μεγαλύτερο).

(Μονάδα 1)

(β) Να δικαιολογήσετε την κατάταξή σας.

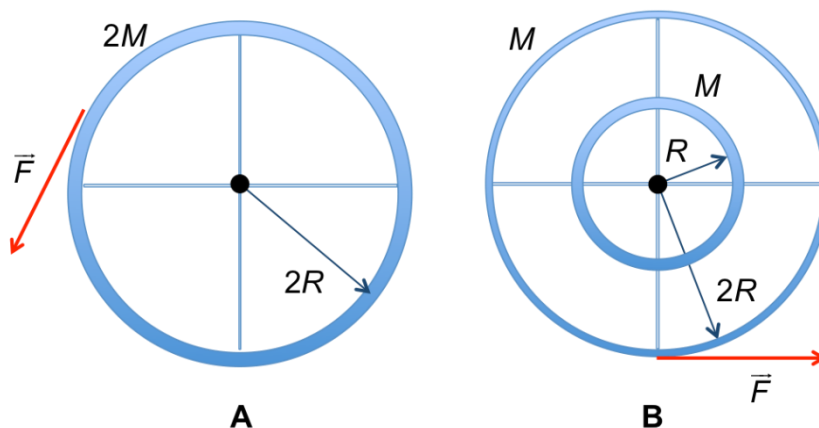
(Μονάδες 2)

(γ) Αν η δύναμη \vec{F}_1 έχει μέτρο 12 N, η απόσταση του σημείου εφαρμογής της από το **O** είναι $L = 75 \text{ cm}$ και η γωνία που σχηματίζει ο φορέας της με το ραβδί είναι 45° , να υπολογίσετε τη ροπή της \vec{F}_1 ως προς το **O**.

(Μονάδες 2)

9. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται δύο τιμόνια **A** και **B**. Το τιμόνι **A** είναι δακτύλιος με ακτίνα $2R$ και μάζα $2M$, ομοιόμορφα κατανεμημένη στην επιφάνειά του. Το τιμόνι **B** αποτελείται από δύο δακτυλίους με μάζες M , ομοιόμορφα κατανεμημένες σε ακτίνες $2R$ και R . Τα κέντρα των δύο τιμονιών είναι στερεωμένα σε ακλόνητους άξονες. Οι ακτίνες, που συνδέουν τους δακτυλίους με τα κέντρα των τιμονιών, έχουν αμελητέα μάζα. Η ροπή αδράνειας ενός δακτυλίου δίνεται από τη σχέση $I = Mr^2$, όπου M η μάζα του δακτυλίου και r η ακτίνα του.

Σε ένα σημείο της εξωτερικής περιφέρειας κάθε τιμονιού ασκείται εφαπτομενική δύναμη μέτρου $|\vec{F}|$.



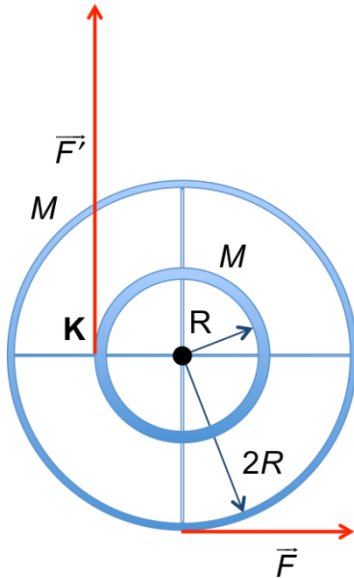
(α) Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειας των δύο τιμονιών.

(Μονάδα 1)

(β) Να υπολογίσετε τον λόγο των γωνιακών επιταχύνσεων των δύο τιμονιών.

(Μονάδες 2)

(γ) Σε κάποια χρονική στιγμή εφαρμόζεται στο σημείο Κ του τιμονιού Β μία εφαπτομενική δύναμη \vec{F}' , με μέτρο $|\vec{F}'| = 2|\vec{F}|$ και κατεύθυνση όπως στο επόμενο σχήμα.



Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η κίνηση του τιμονιού.

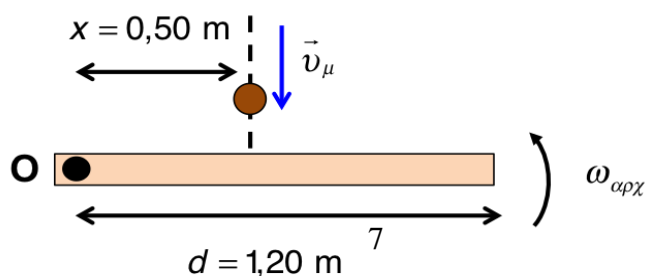
(Μονάδες 2)

10. Α. Εξαιτίας της κλιματικής αλλαγής, οι πάγοι στους πόλους της Γης λιώνουν σταδιακά. Το νερό, που προκύπτει από την τήξη των πάγων, κατανέμεται στους ωκεανούς. Να εξηγήσετε ποια επίδραση έχει αυτό το φαινόμενο στη διάρκεια του ημερονυχτίου.

(Μονάδες 3)

Β. Το επόμενο σχήμα απεικονίζει την κάτοψη μιας πόρτας με μάζα $m_\pi = 25,0 \text{ kg}$ και πλάτος $d = 1,20 \text{ m}$. Αρχικά η πόρτα περιστρέφεται αριστερόστροφα με γωνιακή ταχύτητα $\omega_{\alpha\rho\chi} = 0,500 \text{ rad/s}$ γύρω από τον άξονα περιστροφής Oz που είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας και διέρχεται από το σημείο O. Η ροπή αδράνειας της πόρτας ως προς τον άξονα περιστροφής Oz είναι ίση με $I = \left(\frac{1}{3}\right)m_\pi d^2$. Μία μπάλα $m_M = 1,0 \text{ kg}$ μάζας κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_\mu = 2,0 \text{ m/s}$ και συγκρούεται κάθετα με την πόρτα, σε απόσταση $x = 0,50 \text{ m}$ από τον άξονα περιστροφής Oz. Η σύγκρουση θεωρείται στιγμιαία.

ΚΑΤΟΨΗ



Μετά τη σύγκρουση, η ταχύτητα της μπάλας αποκτά αντίθετη φορά από την αρχική ταχύτητα και μέτρο $v_{\mu}/4$.

Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της πόρτας μετά τη σύγκρουση και να καθορίσετε την κατεύθυνση περιστροφής της (δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα).

(Μονάδες 4)

Γ. Ποιο θα έπρεπε να είναι το ελάχιστο μέτρο u_m της ταχύτητας της μπάλας μόλις πριν τη σύγκρουση, έτσι ώστε μετά τη σύγκρουση η φορά περιστροφής της πόρτας να αντιστραφεί;

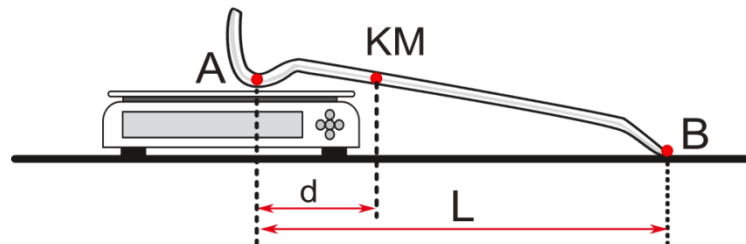
(Να θεωρήσετε πάλι ότι μετά τη σύγκρουση η ταχύτητα της μπάλας αποκτά αντίθετη φορά και μέτρο $v_{\mu}/4$).

(Μονάδες 3)

11. Α. Να γράψετε τις δύο αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας στερεού σώματος.

(Μονάδες 2)

Β. Ο λοστός του επόμενου σχήματος έχει μάζα $M = 1,35 \text{ kg}$ και ισορροπεί ακουμπώντας



στο σημείο Α της ζυγαριάς και στο σημείο Β της λείας επιφάνειας του τραπεζιού. Η απόσταση ανάμεσα στα σημεία Α και Β είναι $L = 90,0 \text{ cm}$. Το κέντρο μάζας (ΚΜ) του λοστού βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d = L/3$ από το σημείο Α.

(α) Να σχεδιάσετε στο τετράδιο σας το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τον λοστό.

(Μονάδα 1)

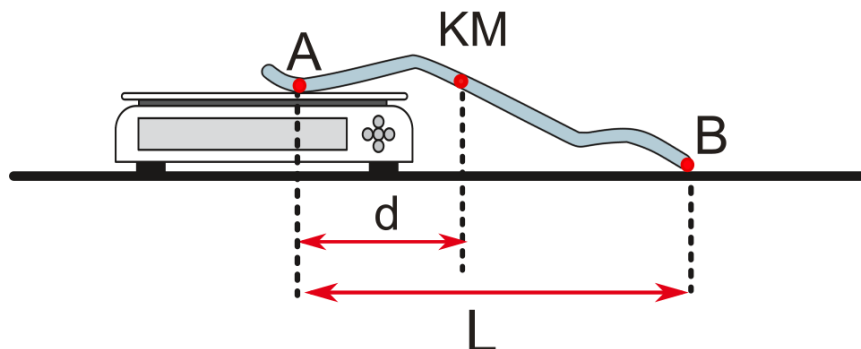
(β) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις από τη ζυγαριά και το έδαφος στον λοστό. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $9,81 \text{ m/s}^2$.

(Μονάδες 2)

(γ) Να υπολογίσετε την ένδειξη της ζυγαριάς.

(Μονάδες 2)

Γ. Ένα άλλο αντικείμενο μάζας $M = 1,20 \text{ kg}$ τοποθετείται στη ζυγαριά με παρόμοιο τρόπο. Η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων A, B είναι $L = 55,0 \text{ cm}$.

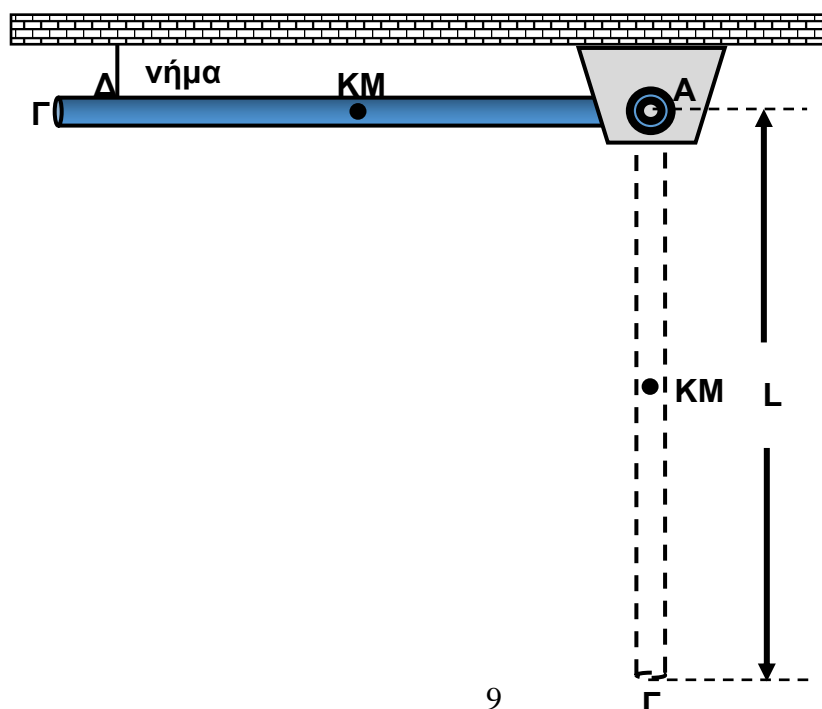


Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση d του κέντρου μάζας του αντικειμένου από το σημείο A, εάν η ένδειξη της ζυγαριάς είναι $M_{\phiαν} = 0,500 \text{ kg}$.

(Μονάδες 3)

12. Μια ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας $M = 3 \text{ kg}$ και μήκους $L = 1,5 \text{ m}$ είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι δεμένο στο σημείο Δ της ράβδου. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής, που διέρχεται από το άκρο της Α, δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{3}ML^2$.



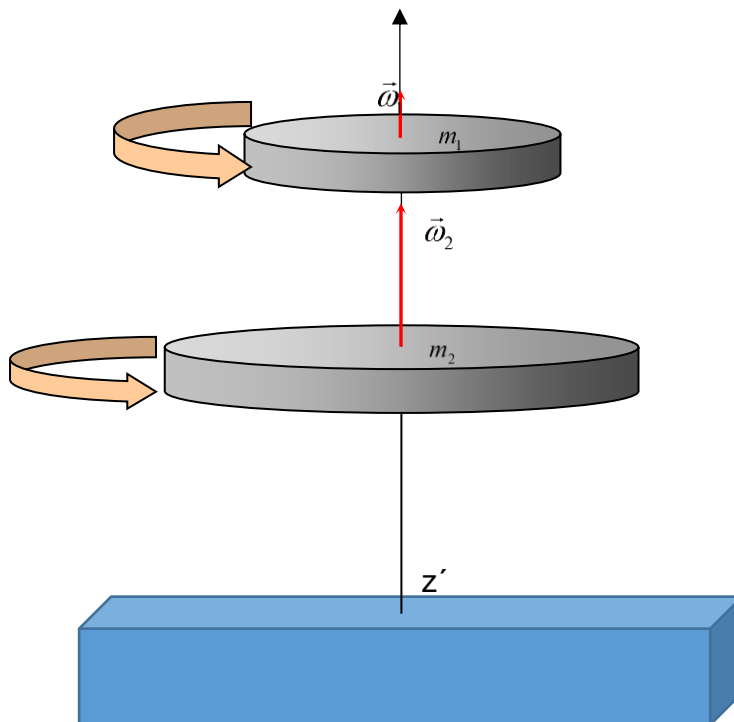
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα.

(α) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα. **(Μονάδα 1)**

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη χρονική στιγμή της έναρξης της κίνησής της. **(Μονάδες 2)**

(γ) Να εξηγήσετε πόση θα είναι η γωνιακή επιτάχυνση ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση. **(Μονάδες 2)**

13. Οι δύο ομογενείς δίσκοι του σχήματος είναι οριζόντιοι και περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα zz' που διέρχεται από το ΚΜ τους με γωνιακές ταχύτητες $\omega_1 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και $\omega_2 = 40 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Οι ροπές αδράνειας των δύο δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής zz' είναι $I_1 = 0,2 \text{ kgm}^2$ και $I_2 = 0,4 \text{ kgm}^2$ αντίστοιχα. Κάποια στιγμή ο δίσκος μάζας m_1 αφήνεται να πέσει πάνω στον δίσκο μάζας m_2 . Οι δύο δίσκοι έρχονται σε επαφή με αποτέλεσμα να αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα.



(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής στροφορμής του συστήματος των δύο δίσκων.

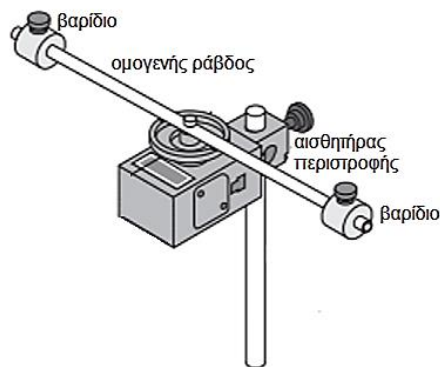
(Μονάδα 1)

(β) Να υπολογίσετε την τελική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των δύο δίσκων.

(Μονάδες 2)

(γ) Να εξηγήσετε γιατί δεν διατηρείται ξεχωριστά η στροφορμή του κάθε δίσκου κατά μήκος του άξονα zz' . **(Μονάδες 2)**

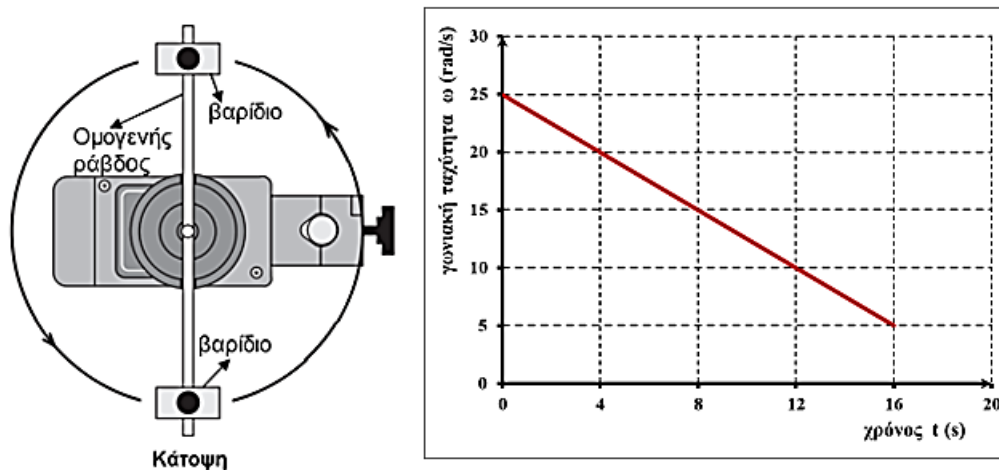
14. Δυο όμοια μικρά βαράκια μάζας $m_B = 75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ το καθένα, στερεώνονται σε απόσταση 0,18 m εκατέρωθεν του μέσου μιας ομογενούς ράβδου μάζας $M = 27 \times 10^{-3} \text{ kg}$ και μήκους $L = 0,38 \text{ m}$. Η ράβδος προσαρμόζεται σε αισθητήρα περιστροφικής κίνησης όπως φαίνεται στην πειραματική διάταξη του σχήματος. Το σύστημα ράβδος-βαράκια μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσο της ράβδου. Η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και



είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{12} ML^2$.

(α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – βαράκια ως προς τον άξονα περιστροφής του, θεωρώντας τα βαράκια υλικά σημεία. **(Μονάδες 2)**

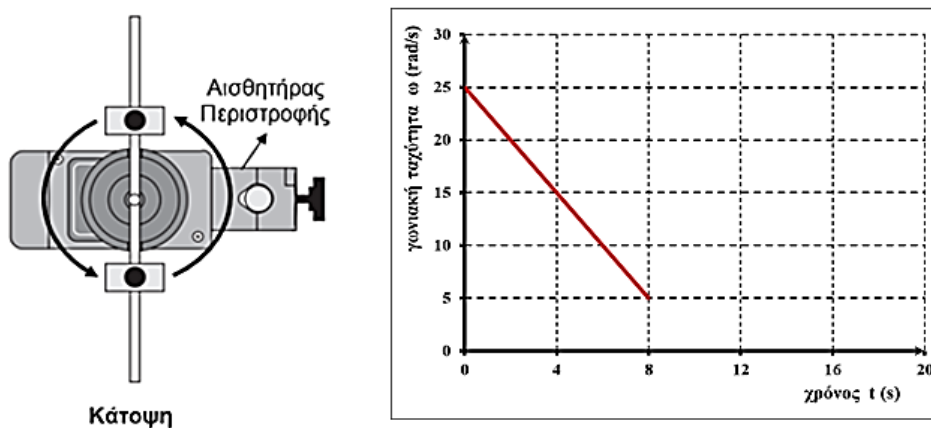
(β) Θέτουμε το σύστημα ράβδος – βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή και το αφήνουμε ελεύθερο να περιστρέφεται, όπως φαίνεται στο σχήμα Α. Στον άξονα περιστροφής ασκείται τριβή, η οποία είναι συνεχώς σταθερή. Στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή παίρνουμε τη γραφική παράσταση, $\omega = f(t)$, της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος – βαράκια σε σχέση με τον χρόνο που φαίνεται στο σχήμα Α.



Σχήμα Α

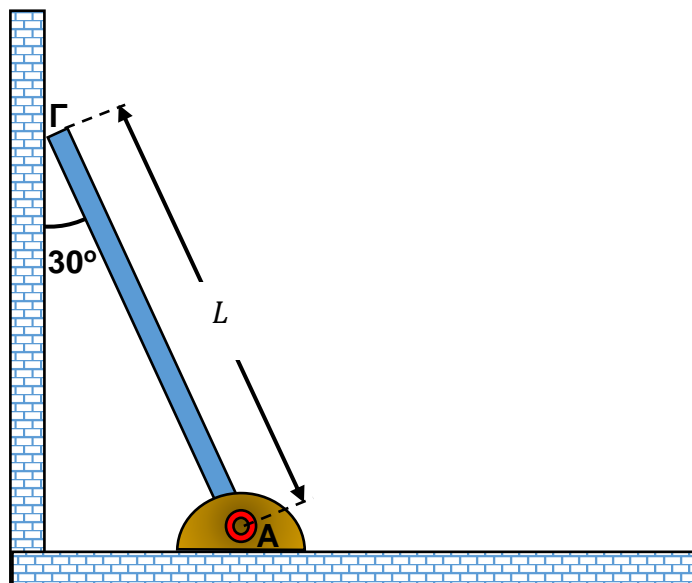
Μεταφέρουμε και στερεώνουμε τα βαράκια πιο κοντά στον άξονα περιστροφής, όπως φαίνεται στο σχήμα Β, και επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα θέτοντας το σύστημα ράβδος – βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή με την ίδια αρχική γωνιακή ταχύτητα. Να θεωρήσετε ότι η τριβή στον άξονα περιστροφής είναι η ίδια με την τριβή στην προηγούμενη περίπτωση. Να εξηγήσετε γιατί η γραφική παράσταση παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα Β.

(Μονάδες 3)



Σχήμα Β

15. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μια ομογενής ράβδος ΑΓ, μάζας $m = 2 \text{ kg}$ και μήκους L . Το άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένο στο πάτωμα με άρθρωση και το άκρο Γ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο.



- (α) Να μεταφέρετε το πιο πάνω σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. **(Μονάδες 2)**
- (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον κατακόρυφο τοίχο. **(Μονάδες 3)**
- (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης στη ράβδο από την άρθρωση στο σημείο Α. **(Μονάδες 5)**